ШУМЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ
"ЕПИСКОП К. ПРЕСЛАВСКИ"
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА
И ИНФОРМАТИКА
ФАКУЛТЕТ ПО ТЕХНИЧЕСКИ НАУКИ

KONSTANTIN PRESLAVSKY
UNIVERSITY OF SHUMEN - BULGARIA
FACULTY OF MATHEMATICS
AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF TECHNICAL SCIENCE

МАТТЕХ 2012

СБОРНИК НАУЧНИ ТРУДОВЕ

Том 1

Математика

Компютърна информатика и компютърни информационни технологии

Проблеми на обучението по математика и информатика

Икономика и управление

МАТТЕХ 2012

PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE

Volume 1

Mathematics

Computer Informatics and Computer Information Technologies

Problems in Teaching Mathematics and Informatics

Economics and Management

УНИВЕРСИТЕТСКО ИЗДАТЕЛСТВО
"ЕПИСКОП КОНСТАНТИН ПРЕСЛАВСКИ"

В процессе решения учащимися предложенных заданий можно использовать разные методы обучения - алгоритмический, проблемный, исследовательский, что способствует повышению прочности знаний по математике и развитию познавательных и творческих способностей учащихся.

При изучении геометрических преобразований графиков функций целесообразно использовать различные информационно-коммуникационные технологии как с обучающими, так и контролирующими целями. Их применение позволяет ярко и динамично продемонстрировать построение различных графиков функций, сократить время на освоение материала, повысить мотивацию, способствует формированию и совершенствованию знаний и умений обучающихся.

К ВОПРОСУ МОТИВАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Игорь В. Калашников, Евгения И. Калашникова

ABSTRACT: *Article focuses on motivation in learning mathematics.*

KEYWORDS: *motivation, mathematics of logic, problem*

Мотивацию при изучении математической логики мы видим в постановке и решении практических задач реального содержания.

Рассмотрим на примере такую реальную ситуацию. Трех сотрудников *А, Б* і *С* некоторого жилищно-коммунального объединения обвиняют в том, что они причастны к тому, что на складе исчез прибор. Обвиняемые дали такие показания:

А: *Б* виновен, а *С* невиновен;

Б: *А* невиновен или *С* виноват;

С: Я невиновен, но хотя бы один из *А* или *Б* виновен.

В каких случаях эти показания совместимы (коньюнкция с высказываний сотрудников *А*, *Б* и *С* будет выполнима)? Кто же из трех сотрудников жилищно-коммунального объединения *А, Б, С* причастен к исчезновению прибора если предположить, что все их высказывания истинны?

Зная, что высказывание это предложение которое может быть истинным или ложным и применяя определения основных логических операций, можем математизировать данную проблему.

Обозначим: *А* виновен – a; *Б* виновен – b; *С* виновен – c.

Тогда каждое из свидетельств можно записать так:

А: $b \wedge \overline{c}$;

Б: $\overline{a} \vee c$;

С: $\overline{c} \wedge (a \vee b)$.

Чтобы проверить данные высказывания на совместимость составим общую формулу

$$(b \wedge \overline{c}) \wedge (\overline{a} \vee c) \wedge (\overline{c} \wedge (a \vee b)) \quad (1)$$

и рассмотрим все возможные случаи ее истинностных значений.

a	b	c	$\overline{a}$	$\overline{c}$	$a \vee b$	$b \wedge \overline{c}$	$\overline{a} \vee c$	$\overline{c} \wedge (a \vee b)$	Formula
1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0

Из таблицы видим, что высказывания совместимы только в одном варианте. Из нее также видим, – если все показания правда, то виновен *Б*.

Использовать данный метод целесообразно при малом количестве подозреваемых. При их большем количестве таблица становится объемной (число строк данной таблицы находят по формуле $N = 2^n$, где n – количество подозреваемых). Поэтому формулу, как правило упрощают, согласно законам логики. Приведем некоторые из них ниже:

$$
\begin{aligned}
& a \wedge a \equiv a; \\
& a \vee a \equiv a; \\
& a \wedge b \equiv b \wedge a; \\
& a \vee b \equiv b \vee a; \\
& (a \wedge b) \wedge c \equiv a \wedge (b \wedge c); \\
& (a \vee b) \vee c \equiv a \vee (b \vee c); \\
& a \wedge (b \vee c) \equiv a \wedge b \vee a \wedge c; \\
& a \vee (b \wedge c) \equiv (a \vee b) \wedge (a \vee c); \\
& a \wedge T \equiv a; \\
& a \vee F \equiv a; \\
& a \vee T \equiv T; \\
& \overline{\overline{a}} \equiv a; \\
& a \wedge \overline{a} \equiv F; \\
& a \vee \overline{a} \equiv T; \\
& \overline{T} \equiv F; \\
& \overline{F} \equiv T; \\
& \overline{a \wedge b} \equiv \overline{a} \vee \overline{b}; \\
& \overline{a \vee b} \equiv \overline{a} \wedge \overline{b}; \\
& a \to b \equiv \overline{a} \vee b; \\
& a \leftrightarrow b \equiv (a \to b) \wedge (b \to a),
\end{aligned}
$$

где a, b, c – произвольные высказывания, T – постоянно истинное высказывание, F – постоянно ложное высказывание.

Отмеченные выше тождества действительно имеют место, их легко проверить путем составления соответствующих таблиц истинности и их анализа.

Используя отмеченные в тождествах свойства логических операций, можно упростить логическую формулу (1). Процесс упрощения данной формулы, может быть таким: $\left(b\wedge\overline{c}\right)\wedge\left(\overline{a}\vee c\right)\wedge\left(\overline{c}\wedge\left(a\vee b\right)\right)\equiv\left(\left(b\wedge\overline{c}\right)\wedge\overline{a}\right)\vee\left(\left(b\wedge\overline{c}\right)\wedge c\right)\wedge\left(\left(\overline{c}\wedge a\right)\vee\left(\overline{c}\wedge b\right)\right)\equiv$ $\equiv\left(b\wedge\overline{c}\wedge\overline{a}\right)\vee\left(b\wedge\overline{c}\wedge c\right)\wedge\left(\left(\overline{c}\wedge a\right)\vee\left(\overline{c}\wedge b\right)\right)\equiv b\wedge\overline{c}\wedge\overline{a}$. Поэтому формула (1) равносильна формуле $b\wedge\overline{c}\wedge\overline{a}$. Составим таблицу истинности к формуле $b\wedge\overline{c}\wedge\overline{a}$.

a	b	c	$\overline{a}$	$\overline{c}$	Formula
1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0

Как видим эта таблица значительно проще предыдущей. Но результаты следствия те же.

Рассмотрим вторую ситуацию. Три свидетеля *К, М, Н* дают показания с места автомобильной аварии. Нарушитель на автомобиле скрылся.

К: Нарушитель скрылся на синий тойоте.

М: Нарушитель скрылся на черном нисане.

Н: Нарушитель скрылся на форде, но точно не синем.

Дополнительное расследование показало, что каждый из свидетелей правильно указал, или марку автомобиля, или цвет. Установить марку и цвет автомобиля, на котором скрылся нарушитель.

Для решения данной проблемы введем следующие обозначения:

a – синий цвет;

b – тойота;

c – черный цвет;

d – нисан;

e – форд.

Поскольку известно, что одно из двух: цвет или марку автомобиля каждый из свидетелей указывает правильно, то рассмотрим следующие истинные высказывания.

$a\vee b\equiv T$;

$c\vee d\equiv T$;

$e\vee\overline{a}\equiv T$.

Конъюнкция данных высказываний также является истинной, то есть: $\left(a\vee b\right)\wedge\left(e\vee\overline{a}\right)\wedge\left(c\vee d\right)\equiv T$. Упростим пошагово левую часть последнего тождества, используя логические законы.

1. $\left(a\vee b\right)\wedge\left(e\vee\overline{a}\right)\equiv\left(\left(a\vee b\right)\wedge e\right)\vee\left(\left(a\vee b\right)\wedge\overline{a}\right)\equiv\left(\left(a\wedge e\right)\vee\left(b\wedge e\right)\right)\vee$ $\vee\left(a\wedge\overline{a}\right)\vee\left(b\wedge\overline{a}\right)\equiv\left(a\wedge e\right)\vee\left(b\wedge e\right)\vee\left(b\wedge\overline{a}\right)\equiv\left(a\wedge e\right)\vee\left(\overline{a}\wedge b\right)\vee\left(b\wedge e\right)$;

$$2.\ (c\vee d)\wedge\left((a\wedge e)\vee(\overline{a}\wedge b)\vee(b\wedge e)\right)\equiv\left((c\vee d)\wedge(a\wedge e)\right)\vee$$
$$\vee\left((c\vee d)\wedge(\overline{a}\wedge b)\right)\vee\left((c\vee d)\wedge(b\wedge e)\right)\equiv(c\wedge a\wedge e)\vee(d\wedge a\wedge e)\vee(c\wedge\overline{a}\wedge b)\vee$$
$$\vee(d\wedge\overline{a}\wedge b)\vee(c\wedge b\wedge e)\vee(d\wedge b\wedge e)\equiv F\vee F\vee(c\wedge\overline{a}\wedge b)\vee F\vee F\vee F\equiv$$
$\equiv c\wedge\overline{a}\wedge b\equiv b\wedge c\wedge\overline{a}$. Итак $b\wedge c\wedge\overline{a}\equiv T$. Нарушитель скрылся на тойоте черного цвета.

Рассмотрим третью ситуацию. Четырех человек *А, Б, В, Г*, которых заподозрили в хищении имущества, задержала милиция. На допросе они дали следующие показания:

А: Это сделал *Б*;

Б: Это сделал *Г*;

В: Это не я сделал;

Г: *Б* лжет, говоря, что это сделал я.

Дополнительное расследование показало, что правду сказал только один из них. Выяснить, кто совершил преступление и кто сказал правду.

В процессе решения данной задачи целесообразно использовать перебор вариантов и законы: $a\wedge\overline{a}\equiv F$ – противоречия, $a\vee\overline{a}\equiv T$ – исключенного третьего.

Предположим, что высказывания *А* является истинным, тогда высказывания *Б*, *В* и *Г* должны быть ложными, но из того, что *А* является истинным вытекает истинность высказывания *В*. Поскольку знаем, что правду сказал только один из них, то высказывание *А* истинным быть не может, т.е. *А* – ложь.

Пусть тогда *Б* сказал правду, тогда рассказ *В* также истина. Используя рассуждения аналогичные предыдущим, приходим к тому, что *Б* соврал.

Предположим тогда, что *В* сказал правду, но тогда одно из трех показаний *А, Б, Г* также истинны, а этого не может быть по условию задачи.

Последний случай. Предположим, что показания *Г* являются правдой. Исходя из этого – свидетельства *А, Б* и *В* должны быть ложными. Это не мог сделать *Б* или *Г*, так как показания *А* и *Б* ложь. Подозреваемый *В* говорит, что это не он сделал, но это тоже неправда. Так что это могли сделать только подозреваемые *А* и *В*. Если это сделал *А*, свидетельство *В* также есть правда, но этого не может быть по условию. Так что это сделал *В*.

Изучая математическую логику целесообразно предлагать интересные задачи, примером одной из них является следующая.

Есть три участника *А, Б, В* такой игры. В одном из двух ящиков скрытая некоторая вещь, и у каждого из этих ящиков есть по одному участнику: у первого ящика участник *А*, а у другого – участник *Б*. Оба участника *А* и *Б* знают, в каком из этих двух ящиков спрятана вещь, но один из них говорит только правду, а второй только неправду. Участник *В* об этом знает. Ему предлагается задать только один вопрос одному из участников *А, Б* такой, чтобы с полученного ответа в виде «да» или «нет», он смог бы узнать, в каком ящике содержится спрятаная вещь. Как участнику *В* сформулировать вопрос, чтобы справиться с поставленной задачей?

Один из вариантов формулировки вопрос участника *В*: «Правда ли что, в ящике, у которого ты стоишь, находится предмет, эквивалентно тому, что ты всегда говоришь правду?» При ответе «Да» предмет в ящике, а при ответе «Нет» его там нет.