

511
P28

**УЧЕБНИКИ
и
УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ
ДЛЯ ТРУДОВОЙ ШКОЛЫ**

Ю. ФАУСЕК

**ОБУЧЕНИЕ СЧЕТУ
ПО СИСТЕМЕ
МОНТЕССОРИ**

*Допущено Научно-Педагогической Секцией
Государственного Ученого Совета*

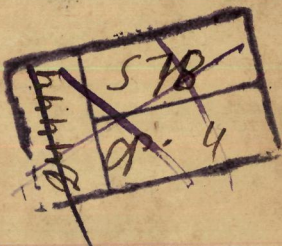


**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД ~ 1 9 2 4**

Л. Лео

218

Ю. ФАУСЕК



ОБУЧЕНИЕ СЧЕТУ

ПО СИСТЕМЕ
МОНТЕССОРИ

7020

1272



Допущено Научно-Педагогической Секцией Государственного Ученого Совета

4172

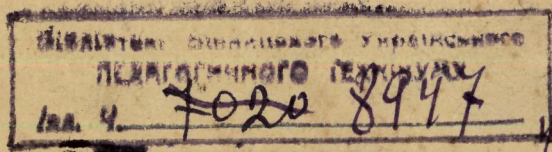


Перевірено в 1933 році

50



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1924





ПРЕДИСЛОВИЕ.

Настоящая работа является результатом моих опытов и наблюдений над детьми в возрасте от трех до восьми лет в той части системы Монтессори, которая относится к счету. Книга озаглавлена «Обучение счету», но, как я уже говорила в моей книжке «Обучение Грамоте», слово «обучение» нельзя здесь понимать в буквальном смысле, его надо заменить словом «самообучение», так как в школе Монтессори все основано на самовоспитании и самообразовании. Поэтому, давая детям дидактический материал по счету, как стимул, побуждающий их к самостоятельным упражнениям, и разрабатывая материал вместе с ними лишь тогда, когда им нужна наша помощь, объяснение или проверка, мы спокойно ждем результатов, вовсе не стремясь уравнивать во что бы то ни стало детей одного возраста (группы) или одного класса, ибо классов в обычном смысле слова у Монтессори не существует: дети трех лет могут работать бок о бок с детьми шести лет, дети шести лет с детьми десяти и даже двенадцати лет, и шестилетний ребенок может опередить восьми и даже десятилетнего ребенка в том направлении, в котором у него больше склонности и возможностей, а ребенок, с трудом усваивающий какую-нибудь часть учебных предметов, может без помехи спокойно заниматься повторными упражнениями столько времени, сколько ему понадобится.

Есть дети, очень интересующиеся счетом и иногда выучивающиеся писать цифры раньше, чем слова, и отдающие счету наибольшее время из своего рабочего утра; есть, наоборот, такие, которые выучиваются считать позже, чем писать и читать, но не было в моей долгой практике ни одного ребенка, который относился бы совсем равнодушно к материалу Монтессори по счету.

Описываемый материал в одной своей части, как видно будет из изложения, годится для детей от трех до пяти лет, и в другой — для детей от пяти до девяти и десяти лет, а в некоторых случаях и для более старших, так как к нему дети подходят чисто индивидуально, извлекая из него в разное время различные навыки и познания, расширяя постепенно круг своих представлений. Среди детей школьного возраста (от шести до десяти лет приблизительно) могут оказываться и группы, стоящие на одинаковой ступени развития в области счета, независимо от возраста. Таким детям учительница может давать короткие коллективные уроки для продвижения вперед и для уяснения степени их навыков.

Так как система Монтессори представляет собой стройное научно-педагогическое обоснование, то и все части ее дидактического материала, относящегося к развитию детского интеллекта в разных направлениях, тесно связаны между собой одной общей идеей, одним общим методом, и разрывать его по частям и вносить частично в школу имеет мало смысла, так как не получаются такие результаты, какие он дает в применении в целом.

А потому и арифметический материал тесно связан с некоторыми вопросами, относящимися к воспитанию органов чувств, к развитию языка, к рисованию и целиком связан с геометрическим материалом. Но при описании материала приходится делить его на части, и в настоящей моей работе я ограничиваюсь описанием только арифметического материала и приемов подхода к нему со стороны учительницы и детских упражнений.

Так как арифметический материал теснейшим образом связан с геометрическим, то я считаю необходимым в недалеком будущем изложить сущность построения и упражнений и с этим последним.

Ю. Фаусек.

Ленинград
12/v 1924 г.

Счет монет.

«Дети трех лет уже умеют считать до двух или трех, когда поступают в наши школы. Поэтому они с *большой легкостью* изучают нумерацию, заключающуюся в сосчитывании предметов. К этой цели ведут самые разнообразные пути, и повседневная жизнь дает множество поводов», говорит Монтессори в своей книге «Дом Ребенка», в главе «Обучение счету и введение в арифметику».

В умении считать в пределе первого десятка маленькие дети (от 3-х до 4-х лет) очень индивидуальны: есть дети трех и даже четырех лет, умеющие считать только до трех, а дальше у них идет пять, восемь, пятнадцать и т. д.; есть трехлетки, считающие хорошо до пяти; бывали и такие, которые в три года считали до десяти. Одни из первых быстро усваивали счет дальше трех и научались считать до десяти и даже дальше по своей собственной инициативе, другие не обнаруживали никакого интереса к счету и долго не двигались вперед дальше трех.

Так, например, перед нами три девочки: *Ируся* — 4 г. 1 м., *Соня* — 3 г. 9 м. и *Нюта* — 3 г. 4 м. Вот что записано в моем дневнике о всех трех:

12 апреля 1917 г. *Ируся* (4 г. 1 м.), считает маленькие кубики так: 1, 2, 5 (перед ней лежит около двадцати кубиков). Я говорю ей: «дай один». — Дает один. — «Дай два». — Дает два. — «Дай три». — Дает три, — и «Дай четыре». — Дает шесть.

Я взяла один кубик: «это один»; два: «это два»; три: «это три». «Покажи один»: Показала; показала также и два и три. Я прибавила группу в четыре кубика. Покажи один, два и т. д. Девочка показывает и считает: один; один — два; один — два — три; а группу в четыре кубика считает: один — два — три — пять.

19 апреля (через неделю). *Ируся* берет кубики и считает: 1, 2, 5. Я говорю ей: «дай один». — Дает один. — «Дай два». — Дает два. — «Дай три». — Дает три. — «Дай четыре». — Дает пять.

Соня — 3 г. 9 м. (19 апреля 1917 г.). Считает последовательно отдельные предметы до десяти. Я разложила перед ней кубики группами до трех (1, 2, 3). «Это сколько?» — «Один». — «Это?» — «Два». — «Это?» — «Три». Видит сразу.

Нюта—3 г. 4 м. (19 апреля 1917 г.) «Проделала сегодня восемь раз подряд упражнение со счетным ящиком (с цифрами 1, 2, 3, 4).

Цифр Нюта не знает, но кладет колышки последовательно, прибавляя по одному в каждое отделение. Положивши во все четыре отделения соответственное число колышков с моей помощью, она принялась их считать. «Один, два», дальше она говорила «восемь». «Три», говорила я ей, и она старалась добиться этого умения (считать до трех), и ей все не удавалось. Она стала уже уставать, но не хотела прекратить работы. Я предложила ей убрать ящик, ссылаясь на то, что надо проветрить комнату, а потом завтракать. Она согласилась, но заявила: «а после завтрака опять буду считать».

После завтрака она забыла свое намерение, но на другой день вспомнила и научилась считать до четырех, а через две недели считала безошибочно до десяти.

Одним из первых средств для самообучения счету в детском саду Монтессори является счет денег. «Я даю ребенку монеты в один, два и четыре сольдо (сантими); с их помощью дети учатся считать до десяти...

«Нет более *практичного* приема, как ознакомление детей с ходячей монетой, и нет полезнее упражнения, как размен денег.

Он тесно связан с повседневной жизнью и интересует всех решительно детей», — говорит Монтессори дальше.

В моей практике детского сада Монтессори, начиная с 1914 года, был подобный опыт, продолжавшийся до 1916—17 года, пока в ходу была мелкая серебряная и медная монета. Я заказала столяру длинный и узкий ящичек из десяти отделений без передней стенки. В отделения можно было класть различные монеты, начиная от одной копейки и кончая серебряным рублем. На задней стенке ящичка в каждом отделении были наклеены бiletки, с обозначением соответственной монеты (1 к., 2 к., 3 к., 5 к. медные, серебряные: пятачек, гривенник, пятиалтынный, двугривенный, полтинник, 1 рубль). Монеты лежали в особой коробочке с надписью «касса». Дети раскладывали монеты по отделениям. Это занимало и более старших детей, и совсем маленьких четырех и трехлеток, и они прекрасно усваивали названия монет.

Маленькие выучивались считать до десяти, старшие занимались разменом. Монет было достаточное количество, всего на пять рублей. Обыкновенно дети усаживались вдвоем или втроем, делили между собой монеты, разменивали их друг другу. Иногда они занимались таким разменом и индивидуально. В 1916 году у меня было двое детей, мальчик — шести лет и девочка — шести с половиной, которые умели уже писать цифры и исписывали

целые страницы записями размена; так, например, 2 к. = 1 к. + 1 к.; 3 к. = 2 к. + 1 к.; 5 к. = 3 к. + 2 к. = 2 к. + 2 к. + 1 к.; 10 к. = 5 к. + 5 к. = 5 к. + 3 к. + 2 к. = 3 к. + 3 к. + 2 к. + 2 к. = 2 к. + 2 к. + 2 к. + 2 к. + 2 к.; 15 к. = 10 к. + 5 к. = 5 к. + 5 к. + 5 к. = 3 к. + 3 к. + 3 к. + 3 к. + 3 к.; 20 к. = 10 к. + 10 к. = 10 к. + 5 к. + 5 к. = 10 к. + 3 к. + 3 к. + 3 к. + 1 к. и т. д., перечисляя все возможности состава каждой монеты. Девочка доходила до того, что писала: 1 р. = 100 к. = 1 к. + 1 к. + 1 к. (сто раз по одной копейке).

В дальнейшем дети постарше, шести и семилетки, при помощи нашего набора монет решали задачи. Задачи эти были такого рода: я приготовила на печатных счетных бланках счета из различных магазинов: писчебумажного, книжного, булочной, мануфактурного, колониального, магазина обуви, готового платья и проч. Все эти счета лежали в одной коробке. Ребенок брал коробку, выбирал счет по своему вкусу, переписывал его в тетрадку и при помощи монет подсчитывал общую сумму, уплаченную за все предметы, обозначенные в счете. Некоторые дети увлекались этой работой и подсчитывали счет за счетом, требуя от меня все нового и нового материала. Один мальчик, шестилетний Вова Л., заполнил толстую тетрадку счетами и в конце подсчитал общую сумму всех счетов. У него вышла солидная сумма в 94 р. 60 коп., и он воскликнул с оживлением: «ого, сколько я натратил!». «Я знаю теперь», сказал он мне, «что значит *итог*, я видел у папы написано: *итог, итог, это — и того* (в конце каждого нашего счета стояло *и того*). Вова и еще одна девочка, работая в подсчитывании суммы каждого счета, скоро оставили монеты, и, просто сосчитывали цифры в уме; тут они решали задачи на сложение и умножение и немного на деление; например, в счете в графе предметов стояло 3 булки, в графе цены — по 5 коп. (умножение), или $\frac{1}{4}$ ф. изюму по 60 коп. за фунт (деление). Списавши счет и подсчитавши сумму, дети приносили мне его для проверки; я проверяла, и, если сосчитано было неверно, ребенок исправлял и переписывал счет заново; если же было верно, я подписывала: «Получила сполна. Ю. Фаусек»). Это очень им нравилось.

Выдержки из некоторых дневников детей: 1916 г. *Ноябрь*.
Володя — 6 л. Упражнения с разменным ящиком — полчаса.

Вова — 6 л. Списывает счета и делает подсчет каждый день в течение недели по полчаса и дольше.

Ирина — 6 $\frac{1}{2}$ л. Увлекается разменным ящиком; меняет монеты и записывает в тетрадь; заполняет целые страницы записями размена. Работает уже шестой день.

1917 год. Январь.

Гога — 6 л. Каждый день работает с разменным ящиком. Записывает результаты размена в тетрадку. Работает пятый день.

Ирина — 6½ л. Вновь принялась за разменный ящик; записывает результаты в тетрадку.

№6 Счет

Чайный магазин

		Цена		Сумма	
		р.	к.	р.	к.
2	ф. чаю	2	50	5	
5	ф. сахару		20	1	
1	ф. кофе	1	20	1	20
1	ф. какао	1	80	1	80
Итого				9	
Получила Ю. Франсск.					

Отрывок из тетрадки мальчика 6 лет.

Март. Поля — 5½ л. Увлекается счетом. Работает пятый день с разменным ящиком.

Ирина — 6½ л. Списывает счета и подсчитывает итоги. Работает интенсивно, не отрываясь от работы по часу и больше.

Вова — 6 л. Наполнил счетами целую толстую тетрадку и в конце подсчитал общую сумму всех счетов. Получил солидную сумму в 94 рубля 60 коп.

Впоследствии подобного рода упражнения пришлось оставить, но в ближайшем будущем можно будет возобновить нашу кассу и счета и вместо счетов магазинов ввести счета кооперативов. Конечно, подобного рода задачи могли решать только дети, длительно упражнявшиеся на дидактическом материале для счета Монтессори.

Примеры счетов.

№ 1.

Счет.

Булочная.

		Цена.		Сумма.	
		Р.	К.	Р.	К.
1	калач	—	5	—	5
2	булочки . . .	—	2	—	4
2	фр. булки . .	—	5	—	10
1 ф.	баранок . . .	—	12	—	12
Итого . .		—	—	—	31

№ 4.

Счет.

Писчебумажный магазин.

		Цена.		Сумма.	
		Р.	К.	Р.	К.
2	тетради . . .	—	5	—	10
2	карандаша . .	—	5	—	10
1	резинка . . .	—	10	—	10
1/2 д.	перьев	—	6	—	3
Итого . .		—	—	—	33

№ 7.

Счет.

Овощная лавка.

		Цена.		Сумма.	
		Р.	К.	Р.	К.
2	кочана капусты	—	25	—	50
3	пучка моркови	—	10	—	30
5	огурцов . . .	—	3	—	15
2	брюквы . . .	—	5	—	10
1/2	меры картоф.	—	50	—	25
Итого . .		—	—	1	30

№ 12.

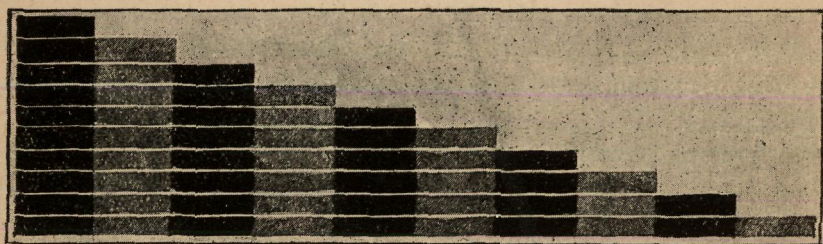
Счет.

Колониальный магазин.

		Цена.		Сумма.	
		Р.	К.	Р.	К.
2	ф. карамели . .	—	40	—	80
1	банка консерв.	1	20	1	20
3	ф. орехов . . .	—	50	1	50
1/2	ф. шоколаду . .	1	—	—	50
1/4	ф. изюму . . .	—	60	—	15
Итого . .		—	—	2	15

Дециметровые палки.

Дидактический материал для счета в детском саду у Монтессори состоит из нескольких серий предметов. Первой из этих серий является серия из десяти палочек, служащих в то же время для восприятия понятия о длине при воспитании чувств ¹⁾ (длинная лестница). Палочки эти имеют в разрезе (в поперечнике) три сантиметра. Самая длинная заключает в себе метр, самая короткая — дециметр, каждая из промежу-



1									
1	2								
1	2	3							
1	2	3	4						
1	2	3	4	5					
1	2	3	4	5	6				
1	2	3	4	5	6	7			
1	2	3	4	5	6	7	8		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Рис. 1.

точных убывает на один дециметр; все палочки разделены на отрезки, длиной в дециметр каждый, и окрашены попеременно в синий и красный цвета (рис. 1). Строя «длинную лестницу» из этих полосатых палочек, дети самостоятельно, привлеченные этой переменой цветов, начинают считать красные и синие отрезки и на предложение руководительницы принести короткую палку спрашивают часто «два, три?»: и на предложение принести длинную спрашивают: «десять?».

¹⁾ См. М. Монтессори. Дом Ребенка.

Ю. Фаусек. Детский сад Монтессори. Семь лет работы.

Кроме полосатых палок у нас были еще такие же дециметровые палочки одноцветные (зеленые), и теперь есть в нашей практике (синие). Эти палки служат для восприятия длины. Дети сравнивают эти одноцветные палки с полосатыми, и некоторые из них начинают узнавать на-глаз количество делений (дециметров) на одноцветной палке. Беря зеленую палку, равную по длине трем дециметрам, ребенок говорит: «это — три». Таким путем у них сильно развивается глазомер, и у меня были такие шестилетние дети, которые узнавали в этих палках и 6 и 7 дециметров, были и такие, которые не делали в этом отношении ошибок.

Пример (из дневника). 1918 г. *Май. Лева, Юра и Андрик* увлечены дециметровыми палками. На зеленых узнают число делений до пяти без ошибки. Я говорю, указывая на зеленую: «принеси такую» (полосатую). Говорят: «три»; «такую», — «четыре», — «такую», — «пять». Дальше ошибаются, кроме Юры, который приносит верно до восьми. Или так: я показываю зеленую, равную трем: «Это сколько?» — «Это три» и т. д.

Дециметровые палочки без делений (одноцветные) являются для детей более трудными для восприятия размеров (длины), чем кубы (объем) и призмы (толщина и высота). Полосатые палочки (красные и синие деления) помогают ребенку различать длины, а потому он начинает охотнее работать с ними, когда начинает считать ¹⁾.

1914 г. *Дема* — 4 г. Дециметровые палки берет редко. При упражнении делает много ошибок.

1915 г. *Февраль. Дема* 5 л. Упражняется часто с дециметровыми палками: составляет длинную лестницу и считает деления на все лады.

1916 г. *Дема* — 6 л. Упражняется с длинной лестницей: приносит под диктовку любое число до 10 на-глаз на одноцветных палках. Глазомер развит чрезвычайно: чертит длину палок на доске без ошибок.

Пользуясь стремлением ребенка считать на палочках деления, руководительница предлагает ему сосчитать синие и красные отрезки на построенной им лесенке, начиная с самого короткого, таким образом: один; один, два; один, два, три; один, два, три, четыре и т. д. до десяти, все возвращаясь к первой палочке, т.-е. от синего края. Таким образом можно узнать, до скольких может считать ребенок. В этом отношении дети очень различны. Большинство детей трехлетнего возраста счи-

¹⁾ Фаусек. Детский сад Монтессори. Опыты и наблюдения в течение семилетней работы в детских садах по системе Монтессори. Стр. 43.

тают до трех, но были в нашей практике и такие трехлетки, которые считали свободно до десяти, были и такие, которые к семи годам с трудом выучивались переходить через первый десяток и считать до двадцати.

Этот материал (дециметровые палочки) является превосходным материалом для счета, которым могут пользоваться и совсем маленькие дети—дошкольники и дети постарше, семи-, восьми-летки, т.-е. дети настоящего класса А; и он тем ценнее, что с ним дети могут орудовать совершенно самостоятельно, без вмешательства учительницы.

Сосчитывая последовательно палочки, ребенок научается считать до десяти. Каждая палочка представляет собою целое число, слияние единиц; так палочка 2—не есть два отдельных предмета, а одно целое, тоже и палочка 3 и 4, и 5, и 6, и 7, и 8, и 9, и 10. Каждая палочка, возрастая на один отрезок, есть символ числа, возрастающего на одну единицу. «Понятие, что коллективное число представлено одним только предметом, содержащим знаки, отличия (деления—красные и синие),—относящиеся к количеству единиц, содержащемуся в целом числе, облегчило представление о числе и придало интерес и привлекательность при первом вступлении в сложное и трудное поле чисел. Что 5, например, представлено одним лишь предметом, разделенным на пять частей точно так же, как и пятью одинаковыми предметами, которые мысль должна связать в одно целое, облегчает умственное напряжение и дает ясность мысли»,—говорит Монтессори в своем втором томе в описании арифметического материала. Понятие о коллективном числе не существует в уме маленького ребенка; я в этом убеждалась много раз: та же Ируся (стр. 5) через два месяца после описанного случая, выучившись уже считать до пяти на дециметровых палках, на мою просьбу же (после индивидуального урока) дать мне *один* давала одну палочку, на просьбу же дать *два* давала не палочку 2 (два отрезка—красный и синий), а две палочки (лежащие перед ней палочки 2 и 3). В следующем году в сентябре Ируся (4½ л.) постигла коллективное число очень быстро и приносила мне безошибочно все палочки от 1 до 10, пересчитывая всякий раз красные и синие отрезки. Составленная лестница из десяти дециметровых палочек представляет собою треугольник; сосчитывая отрезки, составляющие стороны треугольника, дети повторяют счет до десяти.

Смешав палочки на ковре, руководительница предлагает ребенку приносить их под диктовку; так она говорит: «принеси один, принеси два, три и так далее, до десяти». То же самое можно делать и вразбивку: «принеси три, принеси пять, восемь, шесть,

два и т. д.». Руководительница может также выбрать одну из смешанных палочек и, показав ее ребенку, попросить сосчитать отрезки; например их, оказывается три. Тогда она просит его принести следующую по длине, потом следующую и т. д. Ребенок, принося требуемую палочку, всякий раз прикладывает ее к предыдущей и таким образом проверяет себя.

На палочках можно производить и обратный счет, предлагая ребенку считать, начиная не с первой, а с последней палочки: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. То же самое можно делать и под диктовку: «принеси 10, принеси 9, 8 и т. д.». Ребенок, принося палочки, всякий раз пересчитывает отрезки, проверяя себя. Благодаря повторности упражнений, дети твердо усваивают счет.

К обратному счету дети часто приходят сами без указаний руководительницы; например, мальчик пяти лет (1917 год, 24 февраля) «упражнялся с дециметровыми палочками: он приносил мне палки 2, 5, 7 и проч. и сравнивал их по длине с зелеными палками. Убирая полосатые палки (красные с синим) на место, он считал отрезки в обратном порядке, так как брал их, начиная с самой длинной (10, 9, 8, 7 и т. д.). Когда дошла очередь до зеленых, он проделал то же самое: взяв самую длинную палку, он сказал: «десять», вторую «девять», третью «восемь» и т. д. Здесь он уже не считал отрезки, а помнил обратный порядок чисел от десяти до одного».

На дециметровых палочках дети могут производить все четыре действия: сложение, вычитание, умножение и деление.

Сложение: 1) Руководительница предлагает ребенку принести какую-нибудь палочку, положим 2, затем она говорит ему: «принеси на 2 подлиннее», ребенок приносит 4. «Еще на 2 подлиннее». Ребенок приносит 6. «На три подлиннее». Ребенок приносит девять и т. д.

Это упражнение, как и вычитание, следует начинать после того, как ребенок может принести безошибочно все палочки: от одного до десяти. С некоторыми детьми приходилось долго прибавлять только по одному: «принеси палочку один,—принеси на один подлиннее»;—ребенок приносит палочку два,—«еще на один подлиннее»;—ребенок приносит палочку три и т. д. до десяти.

Январь 1918 г. Сима (5 $\frac{1}{2}$ л. вообще развивался медленно во всех отношениях) считает на дециметровых палках. Очень увлечен. Умеет прибавлять и отнимать единицу (на один подлиннее, на один покороче). Я показываю ему палочку 3 и говорю: принеси на один подлиннее, он сразу приносит 4. Всякий раз проверяет себя, прикладывая одну палочку к другой. Ошибок не делает. При вычитании долго соображает, иногда ошибается. Цифры знает все, но писать их не умеет.

2) Лесенка построена. Руководительница говорит ребенку: «возьми один и прибавь к девяти; возьми два и прибавь к восьми, возьми три и прибавь к семи; возьми четыре и прибавь к шести». Таким образом ребенок получает четыре палочки, равные по длине самой длинной, т. е. десяти. Остается палочка пять; передвинув или опрокинув ее в направлении длины, ребенок видит, что она укладывается в палочке десять два раза, т. е., что пять и пять, или дважды пять, равно десяти.

3) Руководительница говорит ребенку: «возьми палочку два и приставь к ней один. Считай; сколько будет? Возьми три и приставь два, возьми четыре и приставь три; возьми пять и приставь два» и т. п. Дети, привыкшие в школе Монтессори работать самостоятельно, упражняются с данным материалом в одиночку и группами, обучая друг друга.

Вычитание: 1) Руководительница говорит ребенку: «принеси десять, принеси на один короче (9), еще на один покороче (8) и т. д. до одного».

2) Руководительница выбирает одну из палочек, допустим пять, и, показывая ее ребенку, говорит: «это пять, принеси на два покороче». Ребенок приносит три. Руководительница берет, положим, палочку восемь и, дав ее сосчитать ребенку, просит его принести на четыре покороче и т. д.

Здесь можно соединить два действия — сложение и вычитание; например, руководительница говорит ребенку: «принеси два» (палочку). Ребенок приносит, и руководительница предлагает ему принести палочку на три подлиннее. Ребенок приносит палочку пять. Руководительница просит его принести на два покороче. Ребенок приносит три. Руководительница просит его принести на три подлиннее. Ребенок приносит шесть. Руководительница предлагает ему принести еще на три подлиннее. Ребенок приносит девять. Руководительница просит его принести на два покороче. Ребенок приносит семь и т. д.

Всякий раз, когда ребенок приносит требуемую палку, он проверяет себя, прикладывая ее к первой, к той, которую указала ему руководительница или другой ребенок, или же он назначил ее себе сам и убеждается воочию в правильности разрешаемой задачи. Если, например, он должен был принести палку на два подлиннее палки три; следовательно, пять, а он принес шесть, то, приложивши ее к палке три, он видит, что за конец палки три выходит не два деления, а три; следовательно, он ошибся и может исправить свою ошибку самостоятельно, без вмешательства руководительницы. Это мы видели и видим постоянно в нашей практике. Мы видим также различные индивидуальности детей в подходе к этому рода упражнениям.

Одни пересчитывают всякий раз указываемую палочку и, отыскивая требуемую, долго считают одну за другой, пока не найдут нужную; другие только взглядывают и тут же сосчитывают в уме требуемое число; например, нужно принести палку на три подлиннее четырех; ребенок говорит «четыре, надо принести семь». Такой ребенок быстро выбирает глазами требуемую палочку среди других, не пересчитывая их по нескольку раз.

3) Прекрасным упражнением в вычитании могут служить палки, сложенные в прямоугольник, в котором все палки равны десяти делениям, т.-е. первая палка 10 , вторая $9 + 1$, третья $8 + 2$, четвертая $7 + 3$ и пятая $6 + 4$ (см. сложение 2, стр. 10). Когда ребенок хорошо усвоит, что $9 + 1 = 10$, $8 + 2 = 10$ и т. д., руководительница говорит ему: «отодвинь от десяти (пятая палочка) четыре». Ребенок отодвигает, и у него остается шесть; «отодвинь от десяти три», ребенок получает семь; от десяти два, — остается восемь; от десяти один, — остается девять. То же и обратно: «от десяти шесть, останется четыре: от десяти семь, останется три и т. д. Движение, которое производит ребенок, отодвигая палочку, чертит минус.

Дети постарше не удовлетворяются сложением палочек в пределах первого десятка. Они забирают все десять палок и, раскладывая их на полу, прикладывают одну к другой концами, по две, по три и больше, и пересчитывают, переходя через десяток. Один шестилетний мальчик разложил все десять палок, соединивши их концами и вытянувши в длину по комнате и сосчитавши деления, воскликнул: «пятьдесят пять, целых пятьдесят пять!». Потом он спросил меня, как называется каждый отрезок (красный и синий) в палочках. Узнав, что каждый отрезок называется *дециметром*, мальчик сказал: «значит пятьдесят пять дециметров». Я сказала ему, что палка в десять дециметров (самая длинная из десяти) называется *метром*, и мальчик, подумавши немного, решил: «значит здесь будет пять метров и пять дециметров, т.-е. пять с половиною метров». После этого он долгое время занимался тем, что вычислял, какую часть метра составляет каждая палка; так он узнал, прикладывая палку *один* к палке *десять*, что один дециметр составляет десятую часть метра; прикладывая *два*, и потом *пять*, что два дециметра составляют пятую, а пять вторую часть метра, или пол-метра.

Подобного рода спонтанные выводы встречаются часто у детей, работающих с дидактическим материалом Монтессори, в том числе и с описываемым арифметическим.

Умножение и деление. С дециметровыми палками можно проделывать упражнения на умножение и на деление.

1) Руководительница берет, положим, палочку один и говорит ребенку: «принеси мне палочку, чтобы в ней было два раза по одному, — один и еще один». Ребенок приносит два. — «Теперь два раза два». Ребенок приносит четыре. — «Два раза три». Ребенок приносит шесть. — «Два раза четыре». Ребенок приносит восемь. — «Два раза пять». Ребенок приносит десять.

1917 г. 23 ноября. Поля — $5\frac{1}{2}$ л. Считает очень хорошо. Приносит 2×2 ; 2×3 ; 3×3 ; 4×2 ; 5×2 на дециметровых палках. Тоже проделывает с колышками у счетных ящиков.

Эти упражнения можно разнообразить на разные лады. — «Принеси три раза два, принеси четыре раза один, три раза три» и проч. в пределах десяти, и в повторных упражнениях можно употреблять уже арифметический язык и говорить ребенку: «принеси дважды два, трижды три» и проч. Один пятилетний мальчуган, которому очень нравились эти упражнения, говорил мне: «пойдем заниматься в *жбды*».

2) Руководительница просит ребенка принести, положим, палочку *два*. — «А теперь принеси половину двух», говорит она и показывает границу между красным и синим отрезком палочки. Ребенок приносит палочку *один*. «Принеси палочку *четыре*». — Ребенок приносит. — «А теперь половину четырех». — Ребенок приносит *два*. Затем он приносит половину шести, половину восьми, половину десяти, третью часть трех, шести, девяти; четвертую часть восьми; пятую часть десяти. Иногда дети приходили к делению чисто опытным путем (содержание частей в целом). Пятилетняя девочка (*Софа П.* Апрель 1916 года) взяла палочку один и стала накладывать ее на палку десять. «В десяти десять палочек», сказала она мне. Потом она наложила ее на все остальные палочки (9, 8, 7 и т. д.) и всякий раз констатировала результат: «в девяти девять палочек, в восьми восемь и т. д. Потом она взяла палочку два и стала накладывать ее на все палочки, начиная с десяти: «в десяти два — пять раз», сказала она мне; «в девяти два — четыре раза и остался один» и т. д. Она работала таким образом несколько дней и проверяла все палочки на все лады; так она нашла, что палочка три помещается в палочке шесть два раза, в палочке девять три раза, а в палочке десять три раза и остается один, в палочке восемь два раза и остается два; палочка пять в десяти помещается два раза, в девяти один раз и остается четыре и проч. Своей работой она привлекла к подобному же упражнению и других детей, принявших за него с увлечением, и была счастлива бесконечно. Для нее это было настоящее серьезное математическое открытие.

Конечно, эти последние упражнения, т.-е. на умножение и деление, можно практиковать с детьми постарше. В нашей практике их проделывали многие шестилетки, но попадались нередко и пятилетки, которые, прислушиваясь к занятиям старших товарищей, с громадным интересом проделывали то же самое. Кто знает систему Монтессори, тот хорошо понимает, что все эти упражнения не являются какими бы то ни было коллективными уроками; их проделывают только те дети, которые их желают и которые доросли до них; и в нашей практике были и есть, как я уже говорила, пятилетки и редко, но даже не достигшие и пяти лет с охотой и с увлечением, работающие в этом направлении, есть семи и даже были восьмилетки, не дошедшие до них.

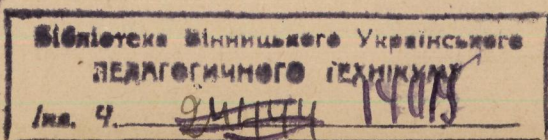
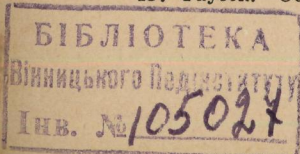
На дециметровых палках ребенок может производить как прямой, так и обратный счет. Когда длинная лесенка сложена, ребенок может считать от одного до десяти, начиная с палочки *один* и доходя до *десяти*; то же он может делать и обратно, т.-е. считать, начиная с самой длинной палки, с десяти, и доходя до одного. Ребенок считает сначала самую длинную палку (10): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; затем вторую (9): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и т. д. до одного; всякий раз у него счет убывает на один. Затем он просто указывает на палки и считает последовательно, начиная с самой короткой палки (1): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; а затем обратно, с самой длинной (10): 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

То же самое можно проделывать под диктовку: «принеси десять, принеси девять» и т. д. до одного.

Есть дети, которые усваивают это очень быстро; есть и такие, которые постигают это с трудом (таких мало). С такими мы проделывали обратный счет постепенно; например, мы брали только три палочки: 1, 2, 3 и, сложивши их лесенкой, просили ребенка считать вперед и назад: 1, 2, 3; 3, 2, 1. Когда он усваивал это твердо, мы прибавляли палочку *четыре* (4, 3, 2, 1), затем — *пять* и т. д., и мы всегда получали результаты: в более или менее длинный промежуток времени ребенок мог считать в уме до десяти, вперед и обратно.

На длинной лесенке из дециметровых палок ребенок может получить также ясное представление о четном и нечетном числе: синие отрезки, сложенные один над другим, дают четные числа, красные — нечетные.

Руководительница просит ребенка пересчитывать только синие (2, 4, 6, 8, 10), а затем красные (1, 3, 5, 7, 9) отрезки. Руководительница раздвигает палочки так, чтобы они были сложены по две, и ребенок видит, что синие отрезки укладываются в ровное число пар, а у красных везде остается один отрезок.



Мальчик шести лет (*Юра Г.* 23 января 1918 года) считал на длинной лесенке синие и красные отрезки: 2, 4, 6, 8, 10; 1, 3, 5, 7, 9. Я стояла рядом с ним; потом отошла. Через две минуты он подбежал ко мне: «стало быть *четные и нечетные*», сказал он.

«Вот эти», сказала мне девочка пяти лет (*Нина Т.* март 1919 г.), указывая на синие отрезки, «ровные, а эти (красные) — неровные, у них все по одному остается».

«Эти парные, а эти непарные», сказал мне шестилетний мальчик (*Толя М.* май 1921 г.).

1918 г. 5 января. Даня — 5½ л. Я сказала Дане: «Дай два (дециметровые палки). Дал. — «Это — пара», сказала я, «дай две пары». Дал верно — четыре. Тут же рядом лежала палка 5. Даня проверил ее так: «раз-два, раз-два (накладывая палку 2 на палку 5), — две пары и один», сказал он мне. Потом он проверил палки 6, 7, 8, 9, 10 и отобрал четные (2, 4, 6, 8, 10) на один стол и нечетные (1, 3, 5, 7, 9) на другой. «Это парные, а это непарные», сказал он. Проверяя палочку *один*, он сказал мне: «а это полпары».

Цифры. К дециметровым палкам присоединяется ряд карточек с цифрами от 0 до 10. Каждая карточка, величиной приблизительно в 10 сантиметров на 7 сантиметров, вырезана из гладкого картона, и к ней приклеена цифра, вырезанная из наждачной бумаги. При помощи этих карточек ребенок знакомится с цифрами и научается изображать числа графическими знаками. Дети, уже умеющие немного писать, ощупывают наждачные цифры подобно тому, как они ощупывали буквы, и пишут их на досочках или на бумаге. Есть дети, которые не умеют еще писать букв, но увлекаются писанием цифр, и мы, согласно принципам Монтессори, не мешаем им в этом.

Одним из приемов ознакомления детей с цифрами служит следующее упражнение: ребенок сложил лесенку из десяти палок. Руководительница ставит перед ним коробку с цифрами и просит его указать палочку *один*. Ребенок указывает, и руководительница дает ему карточку с цифрой 1 и указывает, как поставить ее в ряду лесенки; затем она просит ребенка указать палку *два* и дает ему карточку с цифрой 2; затем палку *три* и дает ему карточку с цифрой 3 и т. д. до 10. Когда все карточки поставлены — каждая цифра к соответствующей палочке — получается гармоническое построение из ряда палок и ряда чисел, от одного до десяти. Руководительница говорит тогда ребенку: «дай карточку один, дай два, дай три и т. д.

Часто можно видеть, как ребенок, проделавший такое упражнение с руководительницей или при помощи уже опытного това-

рища, что очень развито в школе Монтессори, проделывает его повторно уже самостоятельно. Если ребенок, окончивши правильно работу, просит руководительницу проверить его, она, посмотревши на его построение, предлагает ему давать ей карточки не по порядку, как в первый раз, а вразбивку. Она говорит, например: «дай три, дай семь, дай четыре, дай девять» и т. д. Большинство детей запоминает цифры довольно скоро, некоторые очень скоро. Затруднением в запоминании является иногда лишь 6 и 9, как одинаковые по начертанию.

Иногда дети кладут рядом с каждой палкой лестницы какие-нибудь мелкие предметы (мелкие кубики, шашки или костяные бляшки) соответственно числу, изображаемому палкой и стоящей рядом с ней карточкой: рядом с палочкой один — один кубик, с палочкой два — два и т. д. Тогда в уме ребенка ясно вырисо-

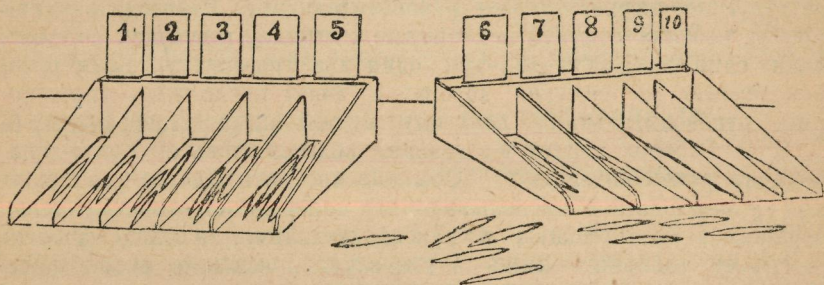
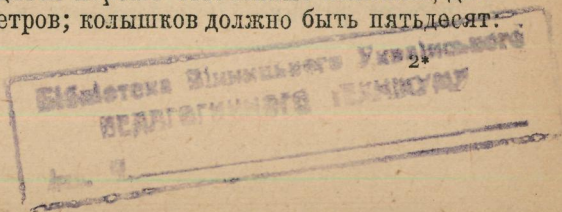


Рис. 2.

вывается идея о том, что ряд отдельных предметов выражается одним целым числом.

Счетные ящики. Для упражнения с цифрами и ассоциации графического знака с количеством служат так называемые «счетные ящики» (рис. 2). Таких ящиков два: каждый из них состоит из горизонтальной дощечки, разделенной на пять отделений приподнятыми карнизами высотой в 7 сантиметров, и из вертикальной дощечки, под прямым углом к первой, с перегородками, в которые вставляются карточки с наклеенными на них цифрами. Каждый ящик в 26 сантиметров длины и $20\frac{1}{2}$ сантиметров ширины. Каждая карточка в 12 сантиметров длины и 4 сантиметра ширины. На карточки наклеены цифры от 0 до 9, которые мы вырезывали из старых календарей. В первый ящик вставляют цифры: 0, 1, 2, 3, 4; во второй 5, 6, 7, 8, 9. К ящику прилагается коробочка, в которой находятся хорошо отточенные колышки, длиною каждый в 16 сантиметров; колышков должно быть пятьдесят.



сорок пять, необходимых для наполнения двух ящиков, при полном упражнении, и пять запасных. Можно брать также и другие предметы, как фребелевские кубики, шашки и проч. Необходимо только, чтобы предметы были однородные и все одинакового цвета.

Упражнение с ящиком весьма простое, и дети, после краткого указания, почти намека, со стороны руководительницы, могут проделывать его вполне самостоятельно. Если ребенок не знает цифр, руководительница ставит перед ним только один ящик и, вставляя в перегородки цифры от 0 до 4 включительно, предлагает ему положить в каждое отделение число колышков, соответствующее цифре, т.-е. в первое отделение (после 0) один колышек, во второе — два, в третье — три и в четвертое — четыре. Когда ребенок оканчивает задание, руководительница говорит ему: «дай мне один (колышек), дай два, дай три, дай четыре». Ребенок вынимает из отделений требуемое число колышков соответствующее цифре, и подает руководительнице. Руководительница просит ребенка считать подаваемые колышки, и ребенок считает: один, один-два, один-два-три, один-два-три-четыре. Если ребенок считает до четырех хорошо и хочет продолжать упражнение, руководительница дает ему второй ящик с цифрами 5, 6, 7, 8, 9. Ребенок кладет в отделения колышки и затем считает их, подавая руководительнице. Обыкновенно дети быстро усваивают ход упражнения и проделывают его совершенно самостоятельно, обращаясь за помощью к руководительнице, и чаще к более опытному товарищу лишь в том случае, если не знают цифр. Но и это препятствие преодолевается многими детьми довольно скоро, и большинство наших малышей, четырех и пятилеток, знают цифры, и многие пятилетки умеют их писать.

1917 г. 21 марта Лева Л. — 4½ г. Каждый день подолгу упражняется со счетными ящиками: считает в порядке, считает вразбивку; знает цифры, пишет их мелом на доске.

Сегодня кончил упражнение, руководительница предложила Лева проверить его. Лева: «зачем? я сам проверю по цифрам».

Следует приучать ребенка брать из коробки с колышками по одному колышку и класть в отделения ящиков тоже по одному, а не несколько сразу: это приучает детей к точности и предупреждению ошибок.

В первом отделении первого ящика стоит карточка с нулем. Обыкновенно дети спрашивают: «а что сюда положить?» И мы отвечаем: «ничего, нуль — это ничего». Но часто этого недостаточно, чтобы ребенок почувствовал, что собственно подразумевается под словом «ничего», под значком 0. Тогда мы поступаем следующим образом: указывая ребенку, положим, на цифру 4, мы просим ребенка дать лежащие в отделении с этой цифрой

четыре колышка, ребенок подает четыре колышка; затем указываем на цифру три, на цифру два, на цифру один, и просим ребенка давать соответственное число колышков; когда ребенок подаст последний колышек, лежащий в отделении с цифрой один, мы, указывая на цифру 0, просим его дать нуль колышков. Ребенок в недоумении и часто хватается карточку с нулем. Но мы останавливаем его движение, говоря: «не карточку с нулем, а нуль вот отсюда» (указывая на пустое отделение). Ребенок часто со смехом отвечает: «тут нет ничего». — «Ну, так дай мне ничего». — «Нельзя», говорит ребенок, «ничего нельзя дать», или же, поцарапавши пальчиками в пустом отделении, со смехом говорит: «вот вам ничего». «Нуль, это — ничего», говорим мы ему, и ребенок часто повторяет: «нуль, это — ничего». После этого этот загадочный нуль становится любимцем детей: они с какой-то особенной радостью констатируют это свое знание: беря счетный ящик и начиная с ним упражнение, ребенок расставляет карточки с цифрами и, ставя в первое отделение карточку с нулем, всегда говорит сам себе: «сюда нуль, это ничего», или «нуль — пустышка, ничего не надо класть».

Одна пятилетняя девочка несколько дней занималась тем, что переставляла карточки в счетных ящиках и перекладывала колышки, соответственно цифре карточки. Например, она вынимала карточку с цифрой 3 и переставляла ее на место карточки с цифрой 7, а карточку с цифрой 7 на место карточки с цифрой 3, и сейчас же вынимала из второго отделения (теперь с цифрой 3), четыре колышка и перекладывала их в первое (теперь с цифрой 7) и т. п. Если она переставляла карточку с нулем в другое отделение (например, меняла места 0 и 5), она быстро вынимала эти пять колышков из отделения и перекладывала их в отделение с цифрой 5, говоря: «здесь нельзя, нельзя, здесь ноль». (*Ира В., апрель 1922 г.*)

Счетные ящики один из любимейших предметов дидактического материала Монтессори. Их любят даже самые маленькие (трехлетки): им нравится насыпать колышки в отделения просто, безо всякого счета, и мы им не мешаем. Постепенно и они из подражания старшим товарищам, а часто и самостоятельно, приходят к упорядоченному упражнению. Тогда они обращаются за помощью к руководительнице и, получив урок, повторяют упражнения часто в течение долгого времени.

Когда ребенок выполняет упражнение безошибочно, ему можно показать счет вразбивку, т. е. поставить карточки с цифрами не в последовательном порядке, например: 6, 4, 9, 2, 5, в первом ящике; 7, 0, 1, 8, 3 во втором. Таким образом можно узнать, знает ли ребенок цифры, так как при карточках, стоящих в порядке,

ребенок может класть правильно колышки, просто помня порядок возрастания числа на единицу. В этом мы убеждались не раз; например, руководительница просит ребенка давать ей колышки не в порядке, т.-е. она говорит ему: «дай 3, дай 7, дай 9» и т. д., и тогда, если ребенок не знает цифр, он ищет требуемое число колышков не по карточке, а отсчитывая отделения; так, например, если ему нужно дать пять колышков, он считает отделения, начиная с первого и дойдя до пятого, и тогда пересчитывает колышки.

Дети очень любят счет вразбивку: часто, окончив упражнение, ребенок говорит: «а теперь перепутаю» и переставляет карточки.

Упражнения можно разнообразить: так, например, можно спрашивать у ребенка колышки не по одному, а парами. Руководительница говорит: «дай два». Ребенок дает. — «Это два», говорит руководительница, «два — это пара» и кладет колышки обратно. «Дай пару, дай четыре (колышка) парами». Ребенок дает и считает: «одна пара, две пары». — «Дай шесть парами». Ребенок дает три пары, затем четыре пары (дай восемь), пять пар (дай десять). — «Дай три парами», говорит руководительница, и ребенок, беря три палочки, отделяет пару, и у него остается еще одна палочка: «пара и одна», говорит ребенок. В пяти оказывается две пары и один, в семи три пары и один, в девяти четыре пары и один. Есть дети, которые сами делают вывод: «три, это — одна пара с половиной, пять — две пары с половиной, семь — три пары с половиной, девять — четыре пары с половиной»; подавая палочку «один», некоторые дети говорят: «а это — полпары, половинка пары».

Можно спрашивать ребенка и обратно, т.-е. не говорить ему «дай четыре парами», а «дай две пары», и ребенок ищет карточку четыре и, подавая четыре колышка, говорит: «это четыре»; «дай три пары», и ребенок дает шесть колышков; «дай две пары с половиной», ребенок дает пять и т. п. Были у нас пятилетние дети, которые говорили: «три, это — одна пара с половиной, это полторы пары». Благодаря простоте конкретного материала для счета Монтессори, дети постоянно приходят к выводам, к совершенно ясным отвлеченным понятиям, для уяснения которых им не нужно никаких ухищрений со стороны учителя, большею частью затемняющих, а не проясняющих детское сознание.

На упражнениях со счетными ящиками многие дети (пяти и шестилетки) совершенно просто приходят к представлению о том, что любое число можно составить из других меньших чисел, а не только из единиц: так они научаются считать числа парами, дальше мы предлагаем им считать тройками: «дай три»,

говорит руководительница ребенку, пригласившему ее для проверки его работы. Ребенок вынимает из отделения, с карточкой 3, три колышка и подает руководительнице. «Это тройка, — одна тройка, дай мне две тройки». Ребенок ищет отделение, где лежат две тройки, и находит 6; затем три тройки, — находит 9. Руководительница просит ребенка давать числа четверками, ребенок вынимает четыре колышка из отделения с карточкой 4, из отделения с карточкой 5 он подает колышки, говоря: «одна четверка и один», из отделения с карточкой 6: «одна четверка и одна пара», из отделения с карточкой 7: «одна четверка и одна тройка» или «одна четверка, одна пара и один» и т. д.

Пятилетняя девочка (*Ира В.* 1922 г.), очень много упражнявшаяся со счетными ящиками, разнообразила сама свои упражнения на разные лады, как бы совершая математические исследования в изучении числа. Она клала во все девять отделений счетных ящиков сначала только по одному колышку, потом, начиная со второго отделения, прибавляла еще по одному, с третьего еще по одному и т. д. и говорила мне: «в двух — два раза по одному, в трех — два и еще один, в четырех — три и еще один» и т. д. до девяти (восемь и еще один), как бы приходя к умозаключению, что каждое последующее число содержит в себе предыдущее. Затем она, начиная со второго отделения, клала во все остальные по два колышка, и затем прибавляла колышки, соответственно числу на карточке отделения; кладя там, где было можно, всякий раз по два колышка, так: к трем она прибавляла один, а затем во все остальные, до девяти, по два; затем прибавляла к пяти один колышек; начиная с шести, опять по два; затем к шести опять один колышек, а к восьми и девяти опять по два, и к девяти прибавляла еще один. Подобные упражнения она проделывала повторно помногу раз.

На счетных ящиках можно производить сложение и вычитание. Наши дети пришли к этому сами. Давно, еще в 1915 году, один пятилетний мальчик, долгое время упражнявшийся со счетными ящиками, поставил в каждое отделение одного ящика не по одной, а по две карточки; у него вышло так (я записала тогда его построение): в первом отделении 1 и 9, во втором 2 и 8, в третьем 3 и 7, в четвертом 5 и 4 и в пятом 6 и 0. «Посмотрите, как у меня вышло», воскликнул он, «здесь один и девять, вышло десять, здесь два и восемь, — тоже десять, здесь три и семь, — тоже десять, здесь пять и четыре — это девять, а здесь шесть и ноль, — так и будет шесть, потому что ноль это ничего». Он повторял упражнения, соединяя карточки на разные лады, переходя через десяток; так, например, карточки 8 и 4 давали 12, 7 и 8 = 15 и проч. Он соединял и по три карточки и получал

большое число колышков, например, $9 + 5 + 7 = 21$, и, наконец, дошел до того, что соединил все карточки (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) и получил сорок пять колышков. Это занимало его чрезвычайно, и он предавался этим упражнениям в течение месяца, учась считать совершенно самостоятельно и добровольно и вполне сознательно. Другие дети ему подражали, и в течение всей моей длительной практики были дети, которые приходили к этому самостоятельно.

Шестилетняя девочка пришла самостоятельно и к вычитанию: в ящике стояли карточки по две; в первом отделении 8 и 2. Девочка сосчитала колышки, — десять; потом вынула карточку 2 и взяла из отделения два колышка; «осталось восемь», сказала она, указывая на карточку, и пересчитала колышки; «верно, восемь», сказала она. Из второго отделения, где стояли карточки 6 и 3, она вынула карточку 6 и проверила число колышков; в третьем отделении стояли карточки 9 и 0; девочка вынула 0 и, не считая колышки, решила: «так и останется девять, потому что я ничего не вынула, нуль, это — ничего». Затем она поставила обратно карточку с нулем и вынула карточку 9. «Теперь ничего не останется, потому что 9 да 0 так и будет девять, а я их все взяла, остался нуль, значит ничего».

Когда дети начинают писать цифры, мы учим их записывать результаты их действий, как, например, при упражнении, описанном на стр. 10. По мере того, как упражнения повторяются, мы даем ребенку технический (арифметический) язык, и ребенок скоро к нему привыкает: он говорит тогда не девять да один, а девять плюс один, не десять без одного, а десять минус один. Он говорит: «девять плюс один равно десяти; десять минус один равно девяти». При упражнении, описанном на стр. 10, дети записывают на досках и в своих тетрадках результаты сложения и вычитания. Они узнают также и значок умножения (\times) и значок деления ($:$).

$$1) 9 + 1 = 10$$

$$2) 10 - 1 = 9$$

$$8 + 2 = 10$$

$$10 - 2 = 8$$

$$7 + 3 = 10$$

$$10 - 3 = 7$$

$$6 + 4 = 10 \quad 5 \times 2 = 10$$

$$10 - 6 = 4 \quad 10 : 2 = 5$$

Овладев этим упражнением, дети продолжают его самостоятельно: они прикладывают различные палочки одна к другой, считают и записывают на доске или в тетрадках.

Карточки с цифрами.

Для запоминания чисел, кроме счетных ящичков с карточками, мы приготавливаем ряд карточек с цифрами (от 0 до 9) и мелкие предметы для счета. Цифры мы вырезаем из старых календарей и наклеиваем их на маленькие квадратные карточки, приблизительно 5×5 сантиметров: четные числа (2, 4, 6, 8) мы наклеиваем на карточки голубого цвета, нечетные (1, 3, 5, 7, 9) розового, а 0 наклеиваем на желтые или белые карточки. Таких карточек мы приготавливаем по несколько (от четырех до десяти) каждой. К карточкам мы прилагаем мелкие фребелевские кубики, в один сантиметр в ребре (их должно быть много), а также кружочки, вырезанные из бристольского картона: голубые и розовые. Дети раскладывают на столе карточки от 0 до 9, и под каждой карточкой раскладывают или кубики или кружочки, соответственно

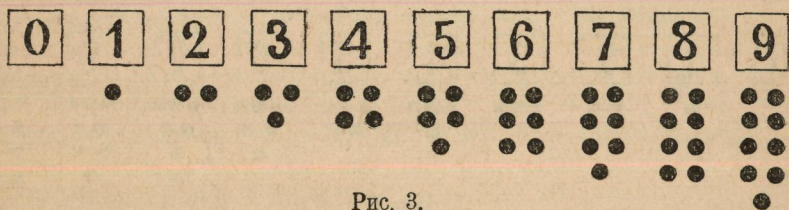


Рис. 3.

числу, изображенному на карточке. Мы приучаем детей раскладывать кубики или кружочки парами; получаются следующие ряды (рис. 3).

Окончив упражнение, ребенок пересчитывает кубики или кружочки по одному и парами.

Карточки голубые и розовые, кружочки также голубые и розовые, и дети раскладывают их под карточками, соответственно цветам: голубые кружочки под голубыми (четные), и розовые под розовыми (нечетными), под нулем не кладут ничего. К этому дети приходят самостоятельно.

Мы предлагаем детям раскладывать кубики или кружочки тройками; получаются следующие ряды (рис. 4).

Дети считают здесь так: в 3-х одна тройка, в 4-х одна тройка и еще один, в 5-ти одна тройка и пара, в 6-ти две тройки, в 7-ми две тройки и еще один, в 8-ми две тройки и пара, в 9-ти три тройки.

Затем можно раскладывать кружочки четверками, пятерками, шестерками и т. д.

Дети, умеющие писать цифры, могут записывать результаты счета на дощечках или в тетрадках.

Они пишут: (упр. 1, рис. 3). $3 = 2 + 1$; $4 = 2 + 2$; $5 = 2 + 2 + 1$; $6 = 2 + 2 + 2$; и т. д. Упр. 2 (рис. 4): $4 = 3 + 1$; $5 = 3 + 2$; $6 = 3 + 3$; $7 = 3 + 3 + 1$; $8 = 3 + 3 + 2$; $9 = 3 + 3 + 3$; Упр. 3: (рис. 6) $5 = 4 + 1$; $6 = 4 + 2$; $7 = 4 + 3$; $8 = 4 + 4$; $9 = 4 + 5$. Упр. 4: $6 = 5 + 1$; $7 = 5 + 2$; $8 = 5 + 3$; $9 = 5 + 4$. Упр. 5: $7 = 6 + 1$; $8 = 6 + 2$; $9 = 6 + 3$. Упр. 6: $8 = 7 + 1$; $9 = 7 + 2$. Упр. 7: $9 = 8 + 1$.

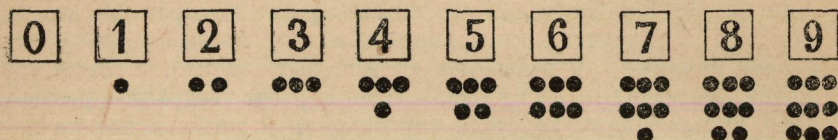


Рис. 4.

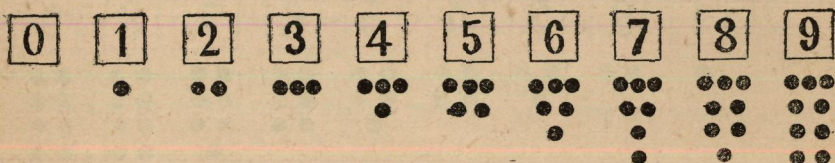


Рис. 5.

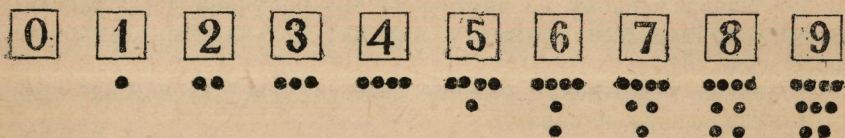


Рис. 6.

В этих упражнениях дети получают представление о различных комбинациях в составе числа. Есть дети (шестилетки), которые увлекаются этими упражнениями и разлагают числа еще более детально; так, например, раскладывая кружочки тройками, они строят такие ряды: (рис. 5)

и записывают так: $7 = 3 + 2 + 1 + 1$; $8 = 3 + 2 + 2 + 1$; $9 = 3 + 2 + 2 + 2$.

Раскладывая четверками, они получают (рис. 6):

и пишут: $6 = 4 + 1 + 1$; $7 = 4 + 2 + 1$; $8 = 4 + 2 + 2$; $9 = 4 + 3 + 2$ и т. д.

Задачи. Мы готовим небольшие карточки, приблизительно 5 сантиметров на 8, из цветного картона (розового и голубого), и из цифр, вырезанных из старых календарей, составляем письменные примеры на сложение и вычитание, в пределах первого десятка, наклеивая цифры на картон. Получаются задачи следующего вида: 1) $2 + 1 =$; $2 + 2 =$; $3 + 1 =$; $3 + 2 =$; $4 + 2 =$; $4 + 3 =$; $3 + 3 =$; $5 + 3 =$; $5 + 4 =$; $6 + 2 =$; и т. п. 2) $2 - 1 =$; $3 - 2 =$; $4 - 2 =$; $2 - 2 =$; $5 - 2 =$; $6 - 3 =$; $7 - 4 =$ и т. д.

Ребенок берет карточку, например, $5 + 3 =$, и против знака равенства ставит сначала пять кубиков и затем еще три кубика и сосчитывает их. Если он умеет писать цифры, то записывает на дощечке или в тетрадке результаты своих действий: $5 + 3 = 8$; затем он берет вторую карточку и поступает тем же способом, третью и т. д., пока не исчерпает всей коробочки или корзиночки, в которые мы кладем карточки.

Овладев действиями с первыми карточками, т.-е. сложением, ребенок принимается за вторые, вычитание. Он берет одну из карточек, например, $5 - 2 =$, ставит против знака равенства пять кубиков и, отодвигая в сторону два кубика, получает три кубика, и записывает в тетрадку: $5 - 2 = 3$. Дети бывают очень удивлены, когда, взявши карточку, например, $4 - 4 =$ и убравши все четыре кубика, повинаясь знаку минуса, видят, что у них ничего не осталось. «Ничего не осталось», кричит мне пятилетний мальчик, «как же мне это записать? А, знаю, знаю, надо поставить нуль, ничего, это — нуль», — и он пишет: $4 - 4 = 0$. Всякое такое новое знание чрезвычайно радует детей, ибо оно есть их собственное самостоятельное открытие, а не растолкованное учителем, с прибавлением туманного рассуждения, всякими окольными подходами, будто бы облегчающими, а на самом деле затемняющими понимание простого знания.

Затем мы усложняем несколько задачи на сложение: пишем на одной карточке не один, а два, три примера, один под другим, например:

$$\begin{array}{r} 4 + 5 = \\ 6 + 3 = \\ 8 + 2 = \quad \text{и т. д.} \end{array}$$

или же составляем пример не из двух, а из трех, из четырех слагаемых, например:

$$\begin{array}{r} 2 + 3 + 4 = \\ 3 + 6 + 1 = \quad \text{и т. д.} \end{array}$$

И тут мы наблюдаем различные индивидуальности детей. Одни, работая с карточками, очень долго прибегают к помощи кубиков с каждой карточкой, другие прибегают к кубикам только в том случае, когда не могут сосчитать в уме. Есть и такие дети, которые очень быстро начинают считать отвлеченно и лишь в очень редких затруднительных случаях прибегают к проверке при помощи кубиков.

Для некоторых детей карточки являются лишь побудителями для самостоятельного сочинения «задачек» (примеров), и они исписывают целые страницы своих тетрадок подобными примерами, часто переходя уже самостоятельно через десяток (стр. 26). Иметь тетрадку для «арифметики» — мечта почти каждого из наших детей шестилетнего и приближающегося к шестилетнему возрасту ребенка. Мы даем полную возможность нашим детям осуществить эту мечту. Мы не боимся слова «арифметика», как не боимся предоставлять нашим детям предаваться отвлеченному счету или же счету таких простых предметов, как колышки и кубики, давая им возможность погрузиться в область чистых чисел, а не держим их на бесконечном счете камешков, листьев, деревянных грибов, орехов и проч. Мы даем им также возможность производить операции просто с числами, а не высчитывать, сколько фунтов хлеба съедают в неделю папа и мама, или что стоит хозяйке содержание кошки в месяц, или сколько поленьев дров войдет в печку в день, и если топить печку каждый день, то сколько нужно их в месяц и т. п.

У нас есть девочка, пяти с половиной лет, которая после многих упражнений со счетными ящиками, которым она предавалась с увлечением и постоянством на разные лады, описанные выше, перешла к задачкам (карточкам с кубиками), быстро схватила суть дела и стала считать отвлеченно, не прибегая к помощи кубиков. Она потребовала тетрадку и в течение долгого времени наполняла страницы примерами на сложение собственного изобретения, переходя часто через десяток (стр. 26). «У меня вышло пятнадцать», обратилась она ко мне, «как написать пятнадцать?». Я показала, как написать пятнадцать, и у нее появились страницы, исписанные примерами, в которых сумма была выше десятка: $8 + 7 = 15$; $7 + 9 = 16$; $8 + 9 = 17$ и т. п.

Переход через десяток. Как мы видим, дети часто сами переходят через десяток. Слова двенадцать, пятнадцать и проч. существуют очень рано в их сознании: маленькие дети трех лет часто считают таким образом: один, два, три, восемь, пятнадцать, восемнадцать.

Научившись писать числа до девяти, они хотят писать их и дальше, и, узнавши как пишется десять (это знание приобре-

тается ими самостоятельно), они пишут последовательно число за числом, доходя до ста. Прежде мы удерживали их от этого увлечения, но оно оказывалось выше их сил.

1917 г. 15 декабря. Олег К. — $5\frac{1}{2}$ л. Сидел за письмом чисел более 45 мин. Два дня тому назад начал писать с 10 и дошел до 60. Сегодня писал 61, 62, 63 и т. д. Чисто и старательно выводил цифры, отделяя одно число от другого запятыми, как я ему указала. Оставил работу только потому, что надо было выйти из комнаты.

1924 г. 8 марта. Оля — 6 л. Третий день пишет числа в тетрадке; начала с единицы, дошла до 125.

1924 г. 10 марта. Витя — 7 л. Пишет числа уже целую неделю; начал с единицы, дошел до 200.

1924 г. 29 февраля. Белочка — 5 л. Пишет числа четвертый день; начала с единицы дошла до 75.

1917 г. 15 января. Сима — 6 л. Увлечен письмом чисел; начал с 20, дошел до 70 и все пишет и пишет дальше, уже третий день.

1917 г. 15 января. Даня — $5\frac{1}{2}$ л. Пишет числа второй день; начал с 10, дошел до 50 и пишет дальше.

1917 г. 19 января. Олег К. — $5\frac{1}{2}$ л. Пишет числа; продолжает все одну и ту же работу; сидит над ней подолгу (30 м. — 45 м.); перешел через вторую сотню (240, 241 и т. д.). Сима и Даня продолжают то же самое.

Таких примеров можно привести сколько угодно. Тогда мы даем детям следующий материал Монтессори, проясняющий для них значение чисел, выше десяти.

Материал этот состоит из четырех больших картонных прямоугольников, длиной в 50 сантиметров и шириной в $16\frac{1}{2}$ сантиметров. Каждый из этих прямоугольников разделен поперечными перегородками на пять частей (прямоугольников), и на каждый из них наклеены вырезанные из толстой черной бумаги числа 10. Таким образом получаются два прямоугольника с изображенными на них по пяти десятков на каждом. Другие два прямоугольника содержат в себе числа десятков от десяти до ста: на одном — 10, 20, 30, 40, 50, и на другом — 60, 70, 80 и 90. К прямоугольникам прилагаются цифры от 0 до 9. Цифры эти, также вырезанные из толстой черной бумаги, наклеены на прямоугольные карточки, длиной в 9 сантиметров и шириной в $7\frac{1}{2}$ сантиметров, равные половине пятой части большого прямоугольника, на котором наклеены десятки.

Из упражнений с «длинной лестницей» (дециметровыми палками) ребенок знаком уже с десятком (последняя, самая длинная палка лестницы); он знает также и карточку 10.

Руководительница кладет на століке перед ребенком две первые карты (прямоугольники) с десятками, и тут же раскладывает карточки с цифрами от одного до девяти. Потом она просит ребенка принести палку десять и предлагает ему положить ее против первой части прямоугольника, первого десятка; затем она просит его принести палочку один и приложить к палке десяти и сосчитать их. Ребенок считает палки и получает одиннадцать; руководительница предлагает ребенку найти карточку с цифрой один и вставить во второе отделение прямоугольника (второй десяток) так, чтобы карточка прикрыла ноль. «Это одиннадцать», говорит руководительница, и просит ребенка принести палку два. Ребенок отнимает палочку один, приставленную к палке десять, приставляет к ней палочку два и, сосчитав их, получает двенадцать; в третье отделение прямоугольника он вставляет карточку с цифрой два, прикрывая ноль, и получает число двенадцать; тем же путем он получает тринадцать и четырнадцать, а на втором прямоугольнике — пятнадцать, шестнадцать, семнадцать, восемнадцать и девятнадцать.

Таким образом у него получается ряд чисел, от одного до девятнадцати включительно. Прикладывая всякий раз к палке десять последовательно палки один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь и девять, ребенок убеждается, что одиннадцать — это есть десять и один, двенадцать — десять и два, тринадцать — десять и три и т. д.

Этим он занимался и раньше, считая палки и делая на них сложение, и этот переход через десяток дается ему без труда.

Укрепить это представление можно и обратным упражнением, как бы проверкой знания ребенка: руководительница показывает ребенку, например, карточку 15, т.-е. она накладывает цифру пять на ноль десятка на большом прямоугольнике, и ребенок приносит палочку 5 и прикладывает ее к палочке 10; потом она снимает карточку 5 и накладывает на ноль карточку 8, получая 18, и ребенок отнимает палочку 5 от палочки 10 и заменяет ее палочкой 8 и т. д.

Составив ряд чисел, от десяти до девятнадцати, на двух прямоугольниках, ребенок может раскладывать против каждого числа соответственное число мелких предметов (кубиков или кружочков), но лучшим материалом для этого рода действий является следующий: мы приготовляем цепочки десятков и цепочки единиц из деревянных шариков, нанизывая их на проволоку. У Монтессори эти цепочки сделаны из стеклянных бус, нанизанных на проволоку.

Длинная лестница «из дециметровых палок, на которой дети очень легко достигают выполнения первых действий арифметики,

вполне пригодна не только для детского сада, но и для начальной школы. Но это пособие слишком ограничено в количестве и слишком велико по размерам, а потому не вполне удобно для распределения в достаточном количестве среди целой школы», говорит Монтессори; это относится к ее элементарной школе, где приходится тридцать — тридцать пять детей, в возрасте от шести с половиной до десяти, а иногда до двенадцати лет, на одну учительницу. Поэтому, сохраняя тот же основной принцип, который заложен в «длинной лестнице», она дает материал более мелкий и в достаточном количестве, доступный значительному количеству детей, работающих одновременно.

Он состоит из бус, нанизанных на проволоку так, что из цепочек можно составлять тут же лесенку (рис. 7). Каждая цепочка окрашена в другой цвет: цепочка в десять бус — оранжевая; в девять — синяя; в восемь — фиолетовая; в семь — белая; в шесть — серая; в пять — голубая; в четыре — желтая; в три — красная; в две — зеленая; в одну — коричневая.

Бусы эти приготовлены из блестящего стекла; железная проволока, на которой они нанизаны, скручены при основании и наверху в колечко; проволока твердая и прочная. Эти привлекательные предметы собраны в коробки по пяти экземпляров

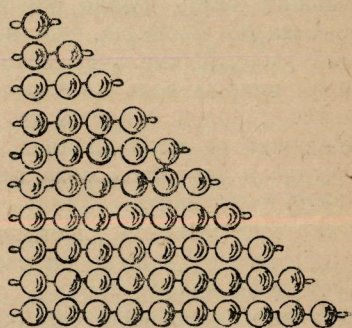


Рис. 7.

(каждой цепочки) для того, чтобы каждый ребенок мог располагать пятью системами цепочек в производимых им численных комбинациях; предметы, маленькие и удобные, дают возможность работать за столиками. «Этот простой материал, так легкоготавливаемый, имеет необычайный успех у наших ребят пяти с половиной лет», говорит Монтессори ¹⁾. К этому материалу Монтессори прилагает листочки, разлинованные в клеточку различными цветами: красными, синими, зелеными, голубыми, розовыми и проч., на которых ребенок может записывать свои вычисления. «Разнообразие цветов способствует задерживанию ребенка на одной и той же работе. Он заполнил вычислениями листок, разлинованный красным, а ему нравится выбрать другой, голубой и т. д.», говорит Монтессори. За неимением стеклянных бус, мы

¹⁾ М. Montessori. L'autoeducazione nelle scuole elementari. P. 394.

использовали для этой цели маленькие деревянные шарики, употребляемые для пуговиц, обтягиваемых материей. Я нанизала их на стальные кусочки проволоки. Концы проволоки скручены в колечки.

В одно отделение коробки я положила много десятков (на каждой проволоке нанизано по десяти шариков), в другое—единицы (на кусочки проволоки нанизаны шарики от одного до девяти), тоже в большом количестве.

Раскладывая мелкие предметы (кубики или кружочки), ребенок должен отсчитывать по десятку и прибавлять к нему требуемое карточкой число единиц, получая таким образом 11, 12, 13, 14 и т. д. до девятнадцати. Некоторые дети увлекались этой работой, несмотря на длительность ее, и доводили до конца. Чтобы разложить кубики соответственно двадцати делениям двух больших карт, нужно не менее получаса. Я видела в Риме, в «Casa dei Bambini», еще в 1914 году пятилетнего мальчика за этой работой: «мальчик положил десять костяшек против десяти, затем накрыл нуль на карте единицей и, получив одиннадцать, положил рядом одиннадцать костяшек, потом 12, 13, 14 и т. д. Костяшки он клал попарно. Мальчик сидел спокойно и сосредоточенно в течение сорока минут раскладывал свои костяшки»¹⁾. «1922 г. 21 марта. Толя—6 л. Увлекается счетом. Работает с картами десятков. Покрывая нуль последовательно карточками с цифрами от 1 до 9, он раскладывает рядом маленькие кубики. Кубики он кладет парами, получая таким образом всякий раз пять пар (десяток) и еще один кубик, два, три, четыре и т. д., тоже разложенные парами». В 1920 г. 12 января. *Володя X*—6 л. Вчера очень заинтересовался двумя первыми картами десятков; сделал всю работу до конца и заявил: «а завтра я опять буду это делать». Сегодня, как только я пришла, он сказал мне: «а я сегодня опять буду считать». Опять проделал всю работу до конца и работал 1 ч. 15 м.

1924 г. *Май*. Мальчик 5½ лет (*Володя С.*) уже больше месяца каждый день работает с материалом для счета: первые дни он сидел со счетными ящиками (с ними он работал и раньше), потом перешел к картам десятков, считал цепь «сто», от нее перешел к цепи «тысяча»; две последние недели он каждый день составляет числа из цепочек шариков выше десятка; каждое составленное число изображает на карте и затем записывает на дощечке; он пишет: $10 + 1 = 11$, $10 + 2 = 12$... $10 + 9 = 19$, $10 + 10 = 20$, $10 + 10 + 1 = 21$..., $10 + 10 + 9 = 29$; $10 + 10 + 10 = 30$. При письме числа 30 у него выходила тройка некрасиво. Я пред-

¹⁾ Ю. Фаусек. Месяц в Риме, в Домах детей Марии Монтессори.

ложила ему опущать карточку с наждачной цифрой 3 и написать ее на дощечке, что он и исполнил. Исписав доску цифрой 3, он мне сказал: «а завтра мне нужно будет сорок, я буду учиться писать 4».

Дети, умеющие писать цифры, записывают в свои тетрадки результаты своей работы. Записи получаются следующие:

10.

или 10

$$10 + 1 = 11$$

$$5 + 5 + 1 = 11$$

$$10 + 2 = 12$$

$$5 + 5 + 2 = 12$$

$$10 + 3 = 13$$

$$5 + 5 + 3 = 13$$

$$10 + 4 = 14 \text{ и т. д.}$$

$$5 + 5 + 4 = 14 \text{ и т. д.}$$

Дойдя до 19, ребенок берет новую карту с десятками. Руководительница составляет из дециметровых палок (10, 9 и 1) число 20 и предлагает ребенку сосчитать деления. Ребенок считает и получает 20. Руководительница указывает ребенку на то, что двадцать состоит из двух десятков (палочка 10 + палочки 9 и 1), и покрывает единицу на первом десятке карты карточкой с цифрой 2. Ребенок кладет рядом мелкие предметы в количестве десяти; тем же способом он получает 30, 40 и т. д. Поразительную настойчивость в этой работе я видела в Риме у только что описанного мальчика. «В течение всех десяти дней, которые я провела в Casa на Via Giusti, толстенный, солидный Aldo все рабочее утро был занят счетом. Я уже говорила о том, как считал он в первый день. На другой день он повторил вчерашнюю работу и добрался до второго десятка; на третий день он дошел до 90 и все клал и клал костяшки без устали. Если костяшек у него не хватало, он собирал предыдущую колонку и выкладывал новую. Руководительница положила на единицу десятка цифру 2, а на нуль 1, и Aldo прочел 21; потом он оставил костяшки и принялся выкладывать цифрами на карточках десятков 22, 23, 24 и т. д. На шестой день он добрался до 99. Руководительница приставила к последнему десятку 0 справа и сказала 100. Aldo важно повернул свою гордую голову к соседней девочке и внушительно сказал: «я знаю уже 100». У него явилось страстное желание научиться писать цифры (а буквы писать он совсем не умел). Руководительница дала ему карточки с наждачными цифрами (0, 1, 2, 3 и т. д.), показала, как надо обводить их пальцами, и Aldo усердно принялся и за эту работу. Через два дня он так же усердно писал, не отвлекаясь в течение долгого времени от своего занятия, цифры от

Таким путем он получает 40, 50, 60, 70, 80, 90. Дойдя до 99, ребенок спрашивает: «а что дальше?» Руководительница прибавляет один шарик к девяти цепочкам «десятков» и одной цепочке из «девяти», разложенным ребенком, и говорит «девяносто девять, — сто», затем убирает цепочку 9 и один шарик (ребенок сосчитывает их) и предлагает заменить их цепочкой 10. Впрочем, обыкновенно многие дети сами знают, что после девяноста девяти следует сто; особенно те, которые часто пересчитывают цепь «ста» или, кладя бусинки в ячейки на таблице умножения, сосчитывают их до ста. Некоторые получают это знание, наблюдая работу товарищей. Многие знают также, как пишется сто: написать палочку и два нуля не представляет для них затруднения.

После этого можно диктовать ребенку какие угодно числа до 100, и он может составлять их из цепочек и обозначать на карте.

Например, руководительница говорит «28». Ребенок берет из коробки две цепочки десятков и одну цепочку «восемь» и на первой карте сложных десятков покрывает нуль у двадцати цифрой 8. Руководительница говорит «75». Ребенок берет семь цепочек десятков и одну цепочку «пять» и на второй карте сложных десятков покрывает у числа 50 нуль цифрой 5 и т. п.

После этого ребенок начинает работать самостоятельно: он берет из одной коробочки цепочки десятков и из другой цепочки единиц и составляет числа; например, он взял пять цепочек десятков и цепочку семь; у него выходит число 57. Если ребенок умеет писать и уже упражнялся в письме числовых примеров, он записывает результаты своих опытов.

Он пишет: $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 7 = 57$; или $50 + 7 = 57$.

Часто дети перестают прибегать к помощи цепочек и составляют числа просто на картах, прибегая к цепочкам только в сомнительных случаях, подобно тому, как они прибегают к помощи кубиков при решении примеров в пределах первого десятка.

Некоторые дети оставляют и карты и просто начинают писать вычисления в своих тетрадках, придумывая их самостоятельно. Ребенок, дошедший до этой стадии развития, предается этим упражнениям длительно и сосредоточенно, подобно тому, как предается письму слов после того, как из-под его пера вышло первое самостоятельно и самопроизвольно написанное слово. Он пишет и пишет примеры, часто все более и более усложняя свою задачу и с радостью преодолевая препятствия.

1924 г. *февраль*. Мальчик 5 л. 10 м., упражнявшийся два дня с картами десятков при помощи руководительницы, на третий день стал работать самостоятельно, составляя числа из цепочек и покрывая нули у десятков карточками единиц. Результаты

записывал. Дня через три он оставил и цепочки, и карты, и стал просто писать примеры, считая в уме. Он писал: $10 + 20 + 5 = 35$; $30 + 20 + 10 + 8 = 68$; $40 + 30 + 20 + 4 = 94$; $60 + 20 + 10 + 5 + 3 = 98$ и т. под.

Этот мальчик совершенно самостоятельно приходит к математическим истинам. «Пятьдесят восемь», говорит он мне, радостно смеясь, «это — пять десятков и восемь единиц». Или: «чтобы составить шестьдесят, нужно взять шесть десятков». Некоторое время он занимался тем, что захватывал одной рукой из одного отделения коробочки несколько цепочек десятков, другой одну цепочку единиц и сосчитывал их: положим, в правой руке у него оказывалось пять десятков, а в левой — цепочка в шесть единиц (шариков). Он раскладывал их на столике и сосчитывал: 56. Это очень его занимало, и он увлек и других детей.

Он стал потом брать из отделения единиц не одну цепочку, а тоже несколько, и сам дошел до того, что заменял цепочки единиц цепочками десятков, например: в правой руке у него семь цепочек десятков, а в левой три цепочки единиц: два, шесть, восемь. Раскладывая их на столе, он считал так: «семь десятков, — значит семьдесят и восемь — семьдесят восемь и шесть — восемьдесят четыре и два — восемьдесят шесть». Подумавши немного, он сказал мне «восемь и два — десять, можно взять один десяток», и он заменил эти две цепочки цепочкой десятка.

Этот же мальчик, записывая результаты упражнений на двух первых картах (простые десятки): $10 + 1 = 11$; $10 + 2 = 12$ и т. д., стал придумывать свои примеры и писал:

$$\begin{array}{l} 9 + 10 = 19 \\ 9 + 11 = 20 \\ 9 + 12 = 21 \\ 9 + 13 = 22 \\ 9 + 14 = 23. \end{array}$$

Написавши последний пример, он подбежал ко мне в радостном волнении. «Не надо считать, — сказал он мне, — все надо прибавлять по одному; здесь прибавляется по одному, — сказал он указывая на второе слагаемое, — и здесь тоже» (сумма). Он сам вывел арифметическую истину, что если увеличить одно из слагаемых на какое-нибудь число единиц, то и сумма увеличивается на то же число единиц.

Мальчик продолжал писать свои примеры в течение нескольких дней и писал последовательно:

$$\begin{array}{l} 9 + 15 = 24 \\ 9 + 16 = 25 \text{ и т. д.} \end{array}$$

Дойдя до

$$\begin{aligned} 9 + 21 &= 30 \\ 9 + 22 &= 31, \end{aligned}$$

он как-то ошибся: вместо $9 + 23$, написал $23 + 9$. Немного подумавши, он сказал: «это все равно, — то же будет 32; все равно как поставить: $9 + 23$ или $23 + 9$; все равно будет».

И здесь он самостоятельно пришел к выводу, что от перемены места слагаемых сумма не меняется.

1924 г. 27 марта. Оля Г. — 6 л. 10 м. Работала три дня (с 25-го) с картами десятков. В первый день она составила числа 11, 12, 13 и 14 на первой карте и написала результаты на классной доске. Она писала так, что сумма у нее стояла впереди ($11 = 10 + 1$; $12 = 10 + 2$ и т. д.) «Это все равно, — сказала она мне, — и так будет 11, 12». На другой день она написала в тетрадке на память вчерашнюю запись ($11 = 10 + 1$; $12 = 10 + 2$ и т. д.) и стала писать дальше тоже на память, не прибегая к помощи карты и цепочек: $15 = 10 + 5$; $16 = 10 + 6$; $17 = 10 + 7$; $18 = 10 + 8$; $19 = 10 + 9$.

Потом она взяла третью карту с десятками (10, 20, 30, 40, 50). Я продиктовала ей: 28. Она покрыла 0 у 20 цифрой 8 и рядом составила число из двух цепочек десятков и одной цепочки «восемь». Дальше она стала составлять числа сама: 31, 47, 53. Результаты она записала на классной доске. Сегодня она, как только началось рабочее утро, взяла тетрадку и написала на память результаты вчерашней работы. Появилась такая запись:

$$\begin{aligned} 28 &= 10 + 10 + 8 \\ 31 &= 10 + 10 + 10 + 1 \\ 47 &= 10 + 10 + 10 + 10 + 7 \\ 53 &= 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 3. \end{aligned}$$

Некоторые дети просят и здесь дать им уже готовые задачи. Для них я przygotowляю карточки с написанными мною примерами на сложение с десятками.

На первой карточке — два примера, от второй до пятнадцатой включительно — по три, от пятнадцатой до двадцать шестой включительно — по четыре и на двух последних — по пяти примеров.

Каждая карточка вырезана из светлосерого бristolского картона (10 см на 7 см) и обведена рамкой цветным карандашом (красным, синим, зеленым, розовым, лиловым, желтым, коричневым и проч.). Изящество карточек привлекает детское внимание и дольше удерживает их за работой.

Привожу содержание карточек (цифры, высотой в 1 см, на карточках с двумя и тремя примерами, и 80 мм, с четырьмя и пятью примерами).

1. $10 + 3 =$
 $10 + 5 =$
2. $10 + 7 =$
 $10 + 8 =$
 $10 + 9 =$
3. $10 + 10 =$
 $10 + 10 + 1 =$
 $10 + 10 + 6 =$
4. $10 + 10 + 7 =$
 $10 + 10 + 8 =$
 $10 + 10 + 9 =$
5. $10 + 9 + 1 =$
 $10 + 8 + 2 =$
 $10 + 6 + 4 =$
6. $10 + 5 + 5 =$
 $10 + 7 + 3 =$
 $10 + 1 + 9 =$
7. $20 + 2 + 2 =$
 $20 + 4 + 2 =$
 $20 + 3 + 4 =$
8. $20 + 7 + 2 =$
 $20 + 8 + 1 =$
 $20 + 5 + 2 =$
9. $20 + 4 + 4 =$
 $20 + 5 + 5 =$
 $20 + 10 =$
10. $10 + 10 + 10 + 4 =$
 $20 + 10 + 5 =$
 $20 + 7 + 2 + 1 =$
11. $20 + 9 + 2 =$
 $20 + 8 + 6 =$
 $30 + 5 =$
12. $30 + 4 + 2 =$
 $30 + 5 + 3 =$
 $30 + 7 + 2 =$
13. $10 + 10 + 10 + 10 =$
 $20 + 10 + 10 =$
 $20 + 20 =$
14. $30 + 10 =$
 $40 + 5 =$
 $40 + 4 + 3 =$
15. $40 + 2 + 6 =$
 $40 + 1 + 5 =$
 $40 + 7 + 2 =$

16. $10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$
 $30 + 10 + 10 =$
 $30 + 20 =$
 $40 + 10 =$

17. $50 + 6 =$
 $50 + 5 + 2 =$
 $50 + 4 + 3 + 2 =$
 $50 + 9 + 1 =$

18. $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$
 $20 + 20 + 20 =$
 $40 + 20 =$
 $50 + 10 =$

19. $60 + 7 =$
 $60 + 5 + 3 =$
 $60 + 4 + 2 + 1 =$
 $60 + 5 + 3 + 2 =$

20. $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$
 $20 + 20 + 20 + 10 =$
 $30 + 30 + 10 =$
 $60 + 10 =$

21. $70 + 4 =$
 $70 + 2 + 5 =$
 $70 + 3 + 4 + 2 =$
 $70 + 5 + 1 + 4 =$

22. $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$
 $20 + 20 + 20 + 20 =$
 $30 + 30 + 20 =$
 $70 + 10 =$

23. $80 + 5 =$
 $80 + 4 + 2 =$
 $80 + 3 + 4 + 2 =$
 $80 + 5 + 5 =$

24. $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$
 $20 + 20 + 20 + 20 + 10 =$
 $30 + 30 + 30$
 $40 + 40 + 10$

25. $50 + 40 =$
 $60 + 30 =$
 $70 + 20 =$
 $80 + 10 =$

26. $90 + 3 =$
 $90 + 5 + 2 =$
 $90 + 2 + 1 + 6 =$
 $90 + 7 + 3 =$

$$\begin{array}{l}
 27. \quad 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = \\
 \quad 20 + 20 + 20 + 20 = \\
 \quad 30 + 30 + 30 + 10 = \\
 \quad 40 + 40 + 20 = \\
 \quad 50 + 50 = \\
 28. \quad 60 + 40 = \\
 \quad 70 + 30 = \\
 \quad 80 + 20 = \\
 \quad 90 + 10 = \\
 \quad 50 + 20 + 30 =
 \end{array}$$

Наши цепочки единиц и десятков составлены из простых неокрашенных деревянных шариков (собственно пуговок), и все же мы получаем прекрасные результаты; во сколько же раз должны повыситься эти результаты, а главное облегчиться работа детей, если шарики будут окрашены, как по настоящему требует того Монтессори. Действительно, дети, орудуя с цепочками, мало-помалу перестают считать отдельные шарики (бусы), а узнают число по цвету: 9—синяя, 4—желтая, 2—зеленая и проч., производя таким образом чисто умственное вычисление. «Едва ребенок отдает себе в этом отчет», говорит Монтессори, «он с восторгом объявляет о своем переходе на высшую ступень: Я считаю в уме, я делаю это скорей».

Ребенок производит минимум усилия, экономя и свои силы и свое время.

Соединяя цепочки десятков, ребенок доходит до сотни. Накладывая цифру 9 на 0 у числа 90 на карте десятков, ребенок получает 99. Против числа 80 у него лежит восемь цепочек десятков, против числа 90—девять цепочек. Получивши число 99, ребенок прибавляет к девяти цепочкам десятков цепочку в девять единиц; он считает: 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99. А дальше сколько?—Сто. Руководительница берет цифру 1 и два нуля и ставит на последнем пустом отделении карты два нуля под цифрами 9 и 9 у 99, а цифра 1 выступает налево, показывая таким образом новый разряд: у единиц—один значок (одна цифра), у десятков—два значка (две цифры) и у сотен—три значка (три цифры).

Следует также иметь цепочки десятков, соединенные вместе, т.-е. две цепочки по 10 (20), три цепочки по 10 (30), четыре—по десять (40) и т. д., до девяти цепочек (90).

Тогда ребенок может у себя на столике составить лесенку единиц и лесенку десятков; а также, работая с картами десятков и составляя число, он может брать не отдельные цепочки десятков, а связанные вместе; напр., вместо того, чтобы при

составлении числа 65 брать шесть отдельных цепочек по десяти шариков, взять одну цепочку в шесть десятков. У нас, за неимением средств нет пока этих цепочек (связанных вместе), но будут непременно.

Цепь «ста».

Для восприятия сотни в материале Монтессори существует «цепь ста». Эта цепь составлена из десяти цепочек десятков, соединенных вместе. Эти цепочки одинакового цвета с цепочками отдельных десятков (у Монтессори оранжевого). В нашем обращении находится «цепь ста» из зеленых стеклянных бус. Я положила цепь ста в отдельную коробочку и присоединила к ней, для контраста, цепочку в десять таких же зеленых бус (один десяток) и одну бусинку (единицу). Крышка коробки оклеена зеленой бумагой с надписью:

10

100

Вынимая из коробочки все три предмета, ребенок раскладывает их у себя на столике и пересчитывает бусы сначала у десятка, а потом у сотни. Он сосчитывает до ста, затрудняясь иногда при переходе от 19 к 20, от 20 к 30 и проч., но при повторных упражнениях это затруднение исчезает, и ребенок считает с большой легкостью.

Пересчитывая бусинки (у нас шарики) на отдельных десятках, при составлении лесенки из десятков, ребенок также считает до ста, и при последнем числе (100) убеждается, что сто состоит из десяти десятков (отдельных цепочек), но здесь эти десятки являются отдельными элементами (десятками), подобно тому, как колышки у счетных ящиков или кубики при счете с цифрами являются отдельными единицами, и если ребенок составляет из них десятков, то получает число 10, составленное из отдельных десяти предметов. На цепи «сто», составленной из связанных вместе цепочек десятков, ребенок убеждается в том, что это «сто» (сотня) есть также нечто целое, подобно тому как дециметровая палка в десять делений или цепочка в десять шариков. Все они представляют коллективное число, представленное одним предметом (палочкой, цепочкой).

Цепью «ста», связанной из десятков бус, интересуются даже самые маленькие дети — четырехлетки и иногда и моложе: они раскладывают ее на столике или на коврик и пытаются считать бусинки. Некоторые пересчитывают отдельные десятки так: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 у первого десятка, потом то же самое

у второго, у третьего и т. д., до конца; другие же, досчитавши до десяти, спрашивают: «а дальше как?» и просят помощи, желая считать до конца.

К цепи «ста» прилагается десять карточек с числами: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Карточки из бристольского картона с наклеенными цифрами, вырезанными из старых календарей; девять карточек с черными цифрами и карточка 100—с красными.

«Цепь» тысячи.

Кроме цепи «ста» у Монтессори есть и цепь «тысячи», составленная из ста цепочек десятков бус того же оранжевого цвета. Я сделала также цепь «тысячи» из тех же зеленых бус, как и цепь «ста», и связала ее из ста цепочек десятков. Цепь тысячи лежит в отдельной коробке, и к ней приложены десять карточек сотен от ста до тысячи (100, 200, 300, 400 и т. д.). Цифра на карточке 1000—красного цвета.

Цепь «ста» ребенок может разложить на столике, вытянувши ее в длину, цепь же «тысячи» на столике разложить невозможно, и, чтобы вытянуть ее в длину и придать ей прямую линию, приходится работать на полу и не одному ребенку, а нескольким. Чтобы вытянуть цепь тысячи в длину на полу, обыкновенно не хватает одной комнаты, приходится выходить в другую комнату или в коридор. Взаимная длина этих трех цепей: десятка, сотни и тысячи поразительна. В то время как длина цепочки десятка равна приблизительно 7 сантиметрам, и сотни 70 сантиметрам, цепь тысяча равна 7 метрам. Эта огромная разница между сотней и тысячей поражает детей чрезвычайно. «Какая она длинная, тысяча», восклицает мальчик, вытянувши цепь тысячи по всей комнате и протянувши ее в соседнюю комнату. Недалеко на столике лежала цепь ста, которую он только что пересчитывал. Глаза его упали на нее, и он прибавил в раздумьи: «а сотня гораздо, гораздо меньше». Он вынул из коробки цепь десяти, положил рядом с тысячей: «ну, уж десятков совсем крохотный».

Цепь тысячи занимает надолго умы детей.

Работая с цепью ста, дети считают бусу за бусой, как мы уже говорили, и, дойдя до ста, часто желают идти дальше. Тогда они переходят к цепи «тысячи» и также терпеливо считают бусу за бусой. «Что идет после ста?»—«Сто один». И начинаются: сто один, сто два и т. д. до ста девяносто девяти.—«А дальше как?»—«Двести».—«Двести один, двести два» и т. д. Ребенок считает и считает с увлечением и, когда устает, делает отметку, т.-е. перевязывает ленточкой цепь в том месте, где остановился, и записывает сосчитанное число; напр., досчитывает до 500, пере-

вязывает ленточкой цепь в этом месте и на листочке записывает число 500, чтобы продолжать работу на другой день. Дети пересчитывают тысячу по нескольку раз в течение нескольких дней и возвращаются к ней через некоторые промежутки времени. Вчера (27 марта) девочка 6 л. 10 м. (Ася Т.) считала цепь тысячи буса за бусой до самого конца. «Девятьсот девяносто девять», сказала она мне; «а дальше что?» — «Тысяча». «Я сосчитала тысячу», сказала она мальчику, который работал рядом на столике (девочка сидела на коврик со своей тысячей), и принялась считать сначала. «Я теперь считаю десятками», сказала она мне, «вот двести, а дальше двести десять?» — «Да, двести десять». — «Девятьсот восемьдесят, девятьсот девяносто, а потом тысяча?» — «Да, тысяча». — Девочка работала час и сорок минут, и к выводу, что тысячу можно считать десятками, пришла совершенно самостоятельно.

«Я сосчитал 510, это значит пятьдесят один десяток», говорит мне мальчик, еще не достигший шестилетнего возраста (5 л. 10 м.). «Тридцать шесть десятков — это 360?», спрашивает шестилетняя девочка, считая тысячу. «Я устала, запишу 360, завтра буду дальше считать». И она перевязывает шнурком цепь тысячи в месте, где кончается триста шестьдесят бус, записывает на бумажке число 360 и откладывает работу на завтра. А завтра начинает 361, 362 и т. д. Я нашла вчера в ящике, где лежит цепь тысячи, листок бумаги, на котором записано: «Волдя С. 14/III — 260, 15/III — 350, 17/III — 489, 8/IV — 660, 18/IV — 830».

Это — пятилетний мальчик, считая бусы на цепи тысячи, просил руководительницу записывать числа бус, сосчитанных им в один день: 14-го марта, 15-го марта и проч. Он перевязывал цепь ленточкой в том месте, где останавливался, и продолжал считать на другой день дальше.

Мальчик этот отличался крайней неустойчивостью и обладал чрезвычайно рассеянным вниманием; долгое время он не мог ни на чем остановиться, все было ему неинтересно. Заинтересовавшись дидактическим материалом по счету, он способен теперь подолгу отдаваться работе, спокойно и углубленно.

И дети считают и считают, часто повторяя упражнения по нескольку раз. Иногда двое усаживаются на стульчиках и считают тысячу с двух концов, сходясь в том месте, куда приходят одновременно. «У меня 640», говорит один, «а у меня 360, а вместе будет тысяча», решает другой. — «У меня 500», говорит один. — «И у меня 500», заявляет другой. «Пятьсот и пятьсот это тысяча», решает первый. — «Пятьсот — это половина тысячи, правда?» спрашивает меня другой.

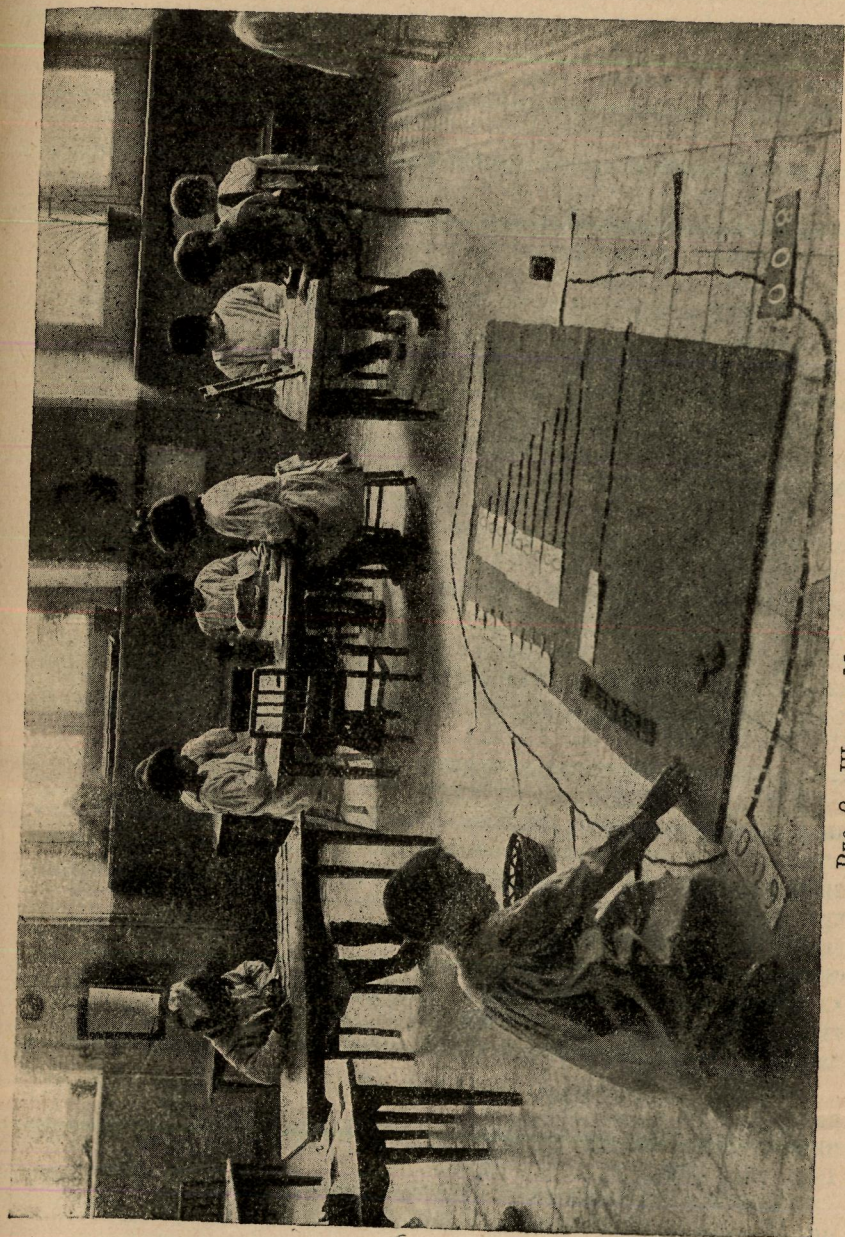


Рис. 8. Школа Монтессори в Неаполе.

На полу на коврике мальчик работает с материалом из бус: с единицами, десятками, сотней, тысячей, квадратом и кубом чисел.

К цепи «тысяча» прилагаются карточки, вырезанные из бristolского картона с наклеенными на них цифрами, вырезанными из старых календарей: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 и 1000. Все числа черные, а тысяча красная.

Ребенок раскладывает цепь тысяч на полу на коврике, заворачивая ее по краям коврика, и раскладывает сначала карточки десятков, а затем карточки сотен: рядом с первым десятком цепи он кладет карточку 10, со вторым — 20 и т. д. до 90; рядом с последним десятком сотни он кладет карточку с красным числом 100. Дальше он начинает класть карточки сотен: отсчитывая еще десять десятков (110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200), он кладет рядом со второй сотней карточку 200, затем считает 210, 220, 230 и т. д. и, дойдя до трехсот, кладет карточку 300 и т. д. до девятисот; на конце последней сотни появляется карточка с красным числом 1000.

«В сотне десять десятков, а в тысяче десять сотен», говорит мне шестилетняя девочка после двух повторных упражнений на цепи «тысячи».

Считая цепь «сто» и «тысячи», все дети сначала считают буса за бусой, и большинство из них проделывают это по несколько раз. Но, разложивши цепь на коврике и прикладывая к каждому десятку соответственную карточку, а затем такую же к каждой сотне, они убеждаются воочию, без всякого объяснения со стороны учителя, что сотня составлена из десяти десятков, а тысяча из ста десятков или десяти сотен. Тогда многие из детей начинают считать сотню, а затем и тысячу десятками. Они считают: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100; затем 110, 120, 130 и т. д., 210, 220 и т. д. до тысячи.

И это является для них открытием, их собственным радостным приобретенным знанием: «я считаю теперь десятками», с радостью и гордостью сообщают они нам это свое новое умение, приобретенное собственными силами. «Смотрите, как я считаю», кричит мне шестилетний мальчик, «вот первый десяток, второй десяток, третий десяток» и т. д.; «десятый десяток» — это первая сотня, значит сто», и опять «первый десяток, второй, третий» и т. д.; «десятый — это вторая сотня, значит двести», и так он сосчитал до тысячи. Он был полон радости от своего достижения и пересчитал таким приемом тысячу три раза. «Так скорее», решил мальчик.

Многим детям нравится писать числа сотен до тысячи. Они пишут их на дощечках и в тетрадках. Есть и такие, которые пишут число за числом, исписывая цифрами целые тетрадки: 100, 101, 102 и т. д. до тысячи.

Сотней и тысячей (т. е. простым пересчитыванием бус единицами и десятками, раскладыванием цепей на полу и подкладыва-

нием соответственных карточек) дети увлекаются надолго и возвращаются к ним постоянно. Но в то же время они не оставляют и предыдущих упражнений: рядом с цепью «сто» и «тысячи» идут упражнения с дециметровыми палками, со счетными ящиками, с цифрами и кубиками. Чаще всего со счетными ящиками. Дети, достигшие уже высших ступеней навыков и знаний, доступных им в этом возрасте (шести, семи лет), от времени до времени возвращаются к первоисточнику, к простым повторным упражнениям на предметах материала для счета, давших им возможность высоких достижений. Они, по словам Монтессори, подобны аэроплану, который, совершив свой полет, возвращается на авиационное поле, вместо отдыха. Эти повторные упражнения на предметах, уже хорошо им знакомых, проделываемые ими без труда, служат для детей как бы точкой опоры, от которой они поднимаются вверх. Подобно пианисту, который перед тем как приступить к разучиванию какой-нибудь трудной пьесы, прибегает к простым упражнениям, эти дети, приступая к новой и трудной задаче, которая не дается им сразу, возвращаются к старым упражнениям, и после них вновь берутся за новые, побеждая трудности уже с большей легкостью. Иногда эти интервалы бывают длительные и часто огорчают неопытных и слишком усердных руководителей, желающих во что бы то ни стало тащить ребенка вперед, в особенности ребенка, делающего быстрые успехи. «Ну что ты принялся опять за счетные ящики», говорит руководительница шестилетнему мальчику: «ведь тебе это очень легко, ты можешь взять что-нибудь потруднее, ты ведь считал уже тысячу». И эта руководительница совершает жестокую ошибку: если ребенок самопроизвольно вернулся к старым, легким для него, упражнениям, значит это ему нужно, и мы не имеем никакого права мешать его действиям. Первое время меня поражали такого рода поступки со стороны детей, но потом я убедилась в глубокой их целесообразности и никогда не вмешивалась в их действия. Подобного рода возвращения к первоисточнику относятся не только к сфере счета, но и письма, и чтения, и рисования, и проч. Дети, уже хорошо пишущие, вдруг возвращаются к ощупыванию букв, хорошо читающие довольно сложный текст начинают читать карточки с отдельными словами и т. п. И здесь нужно иметь большое терпение и не вмешиваться в действия детей.

Пример такого терпения и спокойного отношения к подобного рода действиям со стороны детей я слышала от одной очевидицы, длительно посещавшей коммунальную элементарную школу по системе Монтессори, для детей от шести с половиной до двенадцати лет, в кантоне Тичино (Итальянской Швейцарии), в деревне Muz-

запо: девочка семи лет училась делать сложение двухзначных чисел на счетах ¹⁾). Она работала совершенно самостоятельно после двух, трех коротеньких индивидуальных уроков, полученных ею от руководительницы (Signor'ы Boschetti), и исписавши примерами, придуманными ею самостоятельно, целую тетрадку, показала ее руководительнице и попросила новую тетрадку, чтобы продолжать ту же работу. Руководительница написала в конце тетрадки вопрос: «разве ты еще этого не знаешь?». Девочка ответила также письменно: «нет еще», и, получив новую тетрадку, принялась за ту же работу. Исписав вторую тетрадку, девочка попросила третью. Руководительница повторила письменно свой вопрос: «разве ты еще этого не знаешь?». И девочка написала: «почти (quasi)». Третью тетрадку она исписала примерами на сложение до половины и, поднеся ее руководительнице, написала в ней: «теперь я это знаю». Довольно. (Basta!) Вторую половину она стала заполнять примерами на вычитание.

Кто может лучше установить знание ребенка? Учитель, спрашивающий его, или сам ребенок, еще колеблющийся в своих навыках: «почти», а затем уверенно отдающий отчет учителю с полным сознанием самостоятельно приобретенного знания: «теперь я это знаю. Довольно!»

Счеты для усвоения десятичных отношений.

Для усвоения десятичных отношений в числах (нумерации) Монтессори дает детям специально изготовленные для этой цели счеты.

Эти счеты очень просто устроены, легкие и удобные для самостоятельных упражнений. Они представляют собой две рамы — одинакового устройства с рамами для застегивания и шнурования для маленьких детей.

Первая рама повернута в ширину, и на них в направлении ширины укреплены четыре поперечных проволоки; на каждой проволоке нанизано по десяти бус. В нашей практике нанизаны не бусы, а деревянные шарики. Рама имеет в высоту 70 сантиметров, ширину тоже 70 сантиметров; каждый шарик — в диаметре, приблизительно, 14 миллиметров. Сзади прикреплена подпорка как на пюпитрах.

Первые три проволоки сверху прикреплены на равном расстоянии одна от другой; четвертая внизу на расстоянии, вдвое большем первых, и отделена от других металлической пуговкой,

¹⁾ См. ниже.

приделанной на левом бруске (багете) рамы. Оба поперечных бруска над пуговкой окрашены в один цвет, под пуговкой — в другой (у нас в зеленый и красный).

В точках прикрепления проволоки на левом бруске рамы обозначены числа: у первой проволоки 1, у второй 10, у третьей 100 и у четвертой (изолированной) — 1000.

Деревянные шарики на наших счетах окрашены в различные цвета: шарики единиц — зеленые, шарики десятков — синие, шарики сотен — красные, шарики тысяч — желтые (рис. 8).

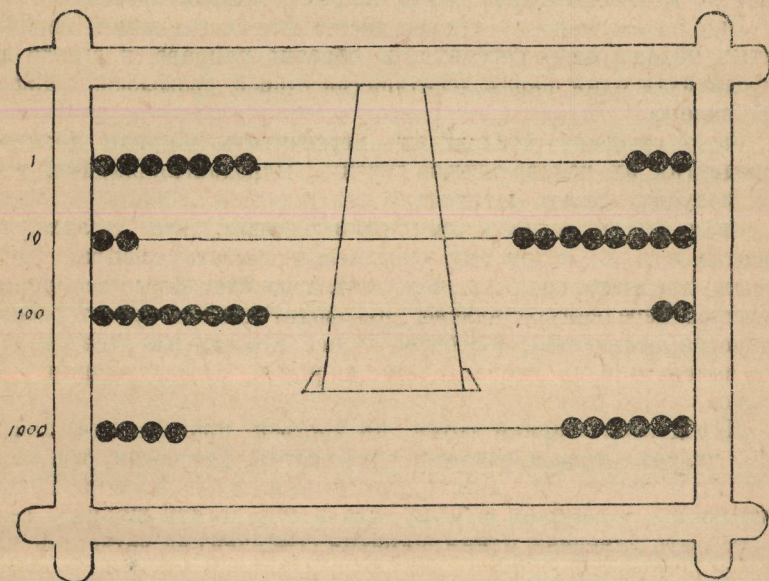


Рис. 8.

Ребенок, хорошо считающий до тысячи на цепи «тысяча», чего достигают многие наши шестилетние дети, может перейти к упражнению со счетами. Счеты своим видом привлекают детей к упражнению.

Руководительница предлагает ребенку считать прежде всего шарики единиц (т.-е. первой проволоки), передвигая их один за другим справа налево. Ребенок считает шарики за шариком от одного до десяти. Когда все шарики первой проволоки передвинуты налево, руководительница предлагает ребенку привести одну цепочку в десять шариков. Ребенок, проделывавший упражнения с отдельными цепочками десятков, знает хорошо это слово

«десяток». В его сознании уже уложилось представление о том, что десяток — есть коллективное число, состоящее из отдельных единиц (в данном случае конкретных предметов — шариков). То же самое представление он мог получить и из упражнений на дециметровых палках (самая длинная палка — метр — есть собрание десяти дециметров). Таким образом, десяток является для него чем-то целым: он может держать его (цепочку) в руке так же, как он держит единицу (один шарик), и руководительница может объяснить ребенку, что десять шариков первой проволоки (десяток) мы можем заменить одним шариком второй проволоки.

Она показывает ему, что все десять шариков единиц, передвинутых налево, надо передвинуть обратно направо, и вместо них передвинуть один шарик десятков (на второй проволоке, с цифрой 10) налево.

Затем ребенку предлагают пересчитать шарики десятков, передвигая их налево один за другим. Передвигая шарики, ребенок получает десять десятков.

Сначала он считает так: один десяток, два десятка, три десятка и т. д.; потом ему предлагают считать, называя числа: десять, двадцать, тридцать, сорок и т. д. до ста. Когда все шарики десятков передвинуты налево, руководительница просит ребенка принести цепь «ста», и ребенок видит, что каждый десяток цепи ста заменяется на счетах одним шариком, изображающим одну сотню.

Передвигая шарики сотен на третьей проволоке (с цифрой 100) налево, ребенок считает: одна сотня, две сотни, три сотни и т. д., а затем: сто, двести, триста и т. д. до тысячи. Руководительница указывает ребенку, что и эти десять шариков сотен могут быть заменены одним шариком (тысячей) на четвертой проволоке (с цифрой 1000).

Этот символ (один шарик, заменяющий десять других) делается тем скорее понятным ребенку, чем чаще и спокойней он будет считать и пересчитывать цепи «ста» и «тысячи», раскладывая их на ковре, подглядывать карточки с обозначением чисел, т.-е. изучать «сто» и «тысячу» в настоящем смысле слова.

И наступит такой день, когда такой ребенок начнет орудовать со счетами с легкостью, поражающей взрослых.

К счетам прилагаются специально разграфленные листки бумаги для записывания чисел. Листок разделен в длину на две равные части, и каждая часть разграфлена цветными линиями в вертикальном направлении: первая справа налево — красная (а), вторая — синяя (b) и третья — зеленая (с), соответственно цвету шариков на счетах: зеленые (единицы), синие (десятки) и красные (сотни). (Табл. А, стр. 57.)

Ребенку дается такой листок и указывается, как вести запись: в первом столбце (направо), отделенном зеленой линией, ребенок пишет единицы одну под другой: отодвигая на счетах справа налево один шарик, он пишет 1, отодвигая второй шарик, пишет 2, затем 3 и т. д. до 9. Написав 9 и передвинув последний, десятый шарик единиц, ребенок отодвигает все десять шариков налево и переходит на вторую проволоку, отодвигая справа налево один синий шарик — десяток. На табличке он также переходит во второй столбец, отделенный синей линией, и пишет 1, обозначающий один десяток; затем передвигает второй шарик — два десятка и на табличке пишет — 2, затем — 3 и т. д. до 9, передвигая и шарик десятков до 9 и записывая все десятки в столбце один под другим. Передвинув все десять шариков десятков, ребенок получает сотню и переходит на третью проволоку, передвигая справа налево один красный шарик.

На табличке он переходит на третий столбец, отделенный красной линией, и пишет все сотни, — от одной до девяти включительно. Написавши девять сотен, ребенок переходит на четвертый столбец, соответствующий четвертой проволоке счетов (тысяче), отстоящей от третьей проволоки на большем расстоянии, чем первые три, и пишет в этом столбце — 1. К дальнейшей нумерации мы переходим на других, больших счетах, которые будут описаны ниже.

Цифры ребенок может писать цветными карандашами: единицы — зеленым карандашом, десятки — синим и сотни — красным.

Таким образом на крайней правой стороне у него написаны все единицы, от 1 до 9, на средней написаны все десятки от 1 до 9 и на левой — все сотни, от 1 до 9.

Все время от 1 до 9, иначе и быть не может, так как десять единиц составляют уже один десяток, десять десятков — одну сотню и т. д.

Меняются, следовательно, не цифры, а их места. Ребенок начинает понимать, что одна и та же цифра может изображать то единицы, то сотни, то тысячи, смотря по тому, на каком месте она стоит.

Семилетний мальчик, увлекавшийся счетами и нумерацией, воскликнул с удивлением и восторгом: «цифр так мало, только девять, да еще нуль, а можно ими написать так много, какое угодно большое число».

Детям нравится вписывать в столбцы разлинованных листков цифры, соответственно их местам; и они повторяют эти записи по несколько раз, уже не прибегая к счетам.

Когда ребенок таким образом усвоит хорошо переходы от единиц к десяткам, от десятков к сотням и от сотен к тысяче, ему указывают на значение нуля в нумерации. Нуль уже хорошо известен нашим детям: они знают, что он ничего не прибавляет

к числу, а только меняет значение цифры: если приписывается справа 0, то это уже не 1, а 10, не единица, а десяток, т.-е. 1 теперь стоит на втором месте, на месте десятков. Как пишутся десятки, дети уже знают из упражнений с картами десятков. Теперь это значение нуля у многих детей только сильнее укрепляется.

На табличке с написанными в столбцах цифрами ребенок приписывает нули к десяткам и сотням: переходя от цифры 9—единиц в зеленом столбце, к цифре 1 (десяток) в синем столбце, ребенок приписывает к 1 ноль. Этот ноль стоит в зеленом столбце на месте единиц. Чтобы ребенок убедился в этом еще больше, ему можно указать на пустое место на первой проволоке счетов. «Пустышка» — ноль — хорошо известна ребенку еще из упражнений со счетными ящичками.

К цифре 2 в синем столбце ребенок приписывает 0 в зеленом и получает 20 и т. д. до 90. К цифре 1 в красном столбце ребенок приписывает нули и в синем, и в зеленом столбце и получает 100, к 2 в красном столбце приписывает два нуля и получает 200 и т. д. до 900. Переходя к цифре 1, обозначающей тысячу, ребенок приписывает к ней три нуля во всех трех столбцах: и в красном, и в синем, и в зеленом. (Табл. А.)

Это обозначение чисел при помощи нулей ребенок усваивает скоро и хорошо. «Я знаю», говорит мне девочка, еще не достигшая семилетнего возраста (без двух недель), «я знаю: у 10 — один ноль, у 100 — два, а у тысячи — три», и она стала писать их на доске.

После этих упражнений ребенок может прочесть любое четырехзначное число. Руководительница, например, составляет на счетах число 4.827 (рис. 8). На четвертой проволоке в ряду тысяч она передвигает четыре шарика налево, на третьей в ряду сотен — восемь шариков, на второй в ряду десятков — два шарика и на первой проволоке, в ряду единиц — семь шариков.

Ребенок прочитывает число и может записать его на табличке, вполне аналогичной описанной выше: в столбце тысяч он пишет цифру 4, в столбце сотен — 8, в столбце десятков — 2 и в столбце единиц — 7. (Табл. В.)

Руководительница составляет, например, число 3.025. В ряду тысяч налево отодвинуты три шарика, в ряду десятков — 2 и в ряду единиц — 7. В ряду сотен нет ничего, и эта пустота символизирует собою ноль: место сотен не занято. Ребенок, размещающий число по столбцам на своей табличке, во втором столбце (с красной чертой) ставит 0.

В числе 5.800 на счетах отодвинуты налево только пять шариков в ряду тысяч и восемь в ряду сотен, в рядах же десятков и единиц нет ничего, и ребенок, прочитав число, при записывании ставит нули в третий и четвертый столбец (десятки и единицы).

В числе 7.001 на счетах нет шариков в ряду сотен и в ряду десятков, и ребенок ставит нули в соответственные столбцы на своей табличке (сотни и десятки).

Когда ребенок хорошо поймет эти действия и будет прочитывать любое четырехзначное число, составленное руководителем или другим, более опытным ребенком, ему можно диктовать числа, и он будет составлять их на счетах, передвигая на счетах шарики налево.

Бывали случаи, что дети, когда им диктовали числа, не передвигали шарики обратно направо, а преобразовывали старое число в новое. Например, ребенок составил под диктовку число 1.428; ему диктуют новое число: 2.354; ребенок не передвигает шарики первого числа обратно направо, а медленно соображая в ряду тысяч передвигает еще один шарик налево и прибавляет одну тысячу, в ряду сотен отодвигает один шарик обратно направо (отнимает одну сотню), в ряду десятков — три шарика налево и в ряду единиц — четыре шарика направо, и у него получается число 2.354. Ему диктуют число с нулями, например, 5.002; в ряду тысяч он передвигает три шарика налево (прибавляет три тысячи), в рядах сотен и десятков отодвигает все шарики (3 и 5) направо, оставляя пустые места (нули), и в ряду единиц отодвигает обратно направо два шарика; таким образом у него и получается число 5.002.

После этого ребенок повторяет упражнения самостоятельно, часто по много раз: он передвигает на счетах шарики налево и записывает составленные им числа. Он записывает тогда числа уже не на готовых табличках, а в тетрадках, разлиновывая страницы цветными карандашами вдоль (столбцы для рядов чисел). Этому занятию дети могут предаваться подолгу, и чем меньше мы будем вмешиваться в их действия, тем лучше. Нужно предоставить ему полную свободу работы в этом направлении: чем самостоятельнее и дольше он будет проделывать эти упражнения, тем тверже и совершеннее будут его завоевания в сфере чисел.

Настанет время, когда ребенок будет в состоянии написать любое четырехзначное число, и тогда он попросит идти дальше. «А что после тысяч?» На первых счетах он дошел до десяти тысяч. Для дальнейшего счета Монтессори дает ребенку другие счета в семь рядов. Такие счета были и в нашей практике и очень увлекали детей. Они состоят так же, как и первые, из рамы, но поставленной вертикально. Рама окрашена в три цвета соответственно группе рядов: три первые проволоки, натянутые в равном расстоянии одна от другой, представляют собой единицы, десятки и сотни простые; на левом бруске рамы, как и у первых счетов, в месте прикрепления проволок обозначены цифры

1, 10 и 100. Следующие три ряда, отстоящие от первых трех на большем расстоянии и отделенные от них медной пуговкой на левом бруске, представляют собой тысячи; на левом бруске в месте прикрепления проволоки обозначены числа 1.000, 10.000 и 100.000. Последняя проволока, отстоящая от проволок тысяч

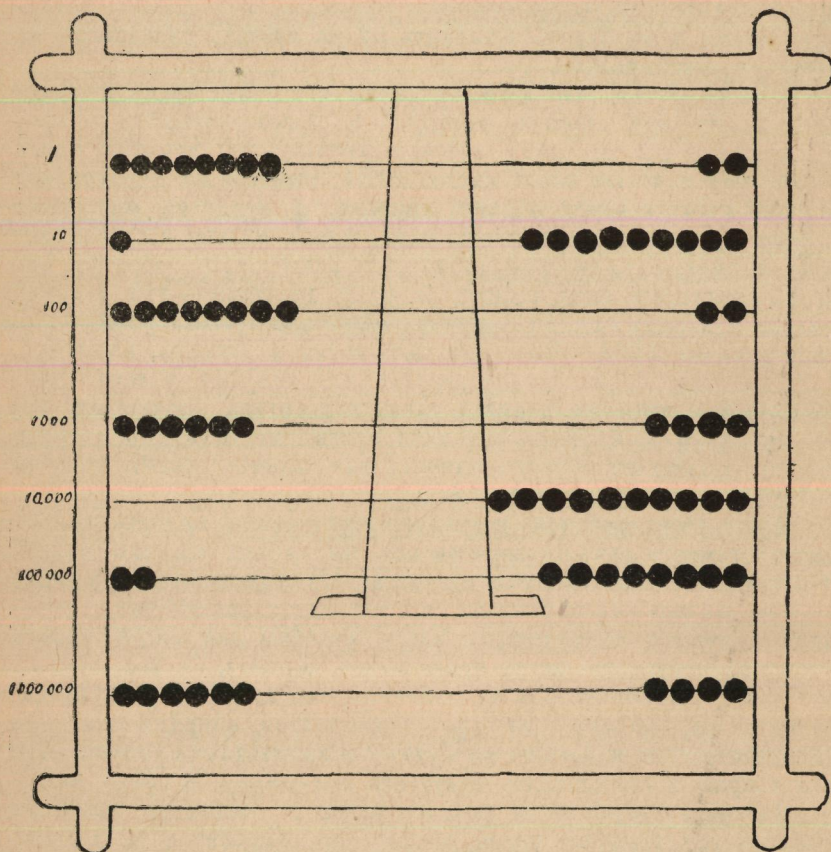


Рис. 9.

на большем расстоянии и отделенная от них медной пуговкой на левом бруске, является рядом миллионов; на левом бруске рамы в месте прикрепления проволоки стоит число 1.000.000. (Рис. 9.)

К этим «большим» счетам прилагаются также и листки: каждый из них состоит из двух частей, и каждая часть разливована различными цветами (красным, синим и зеленым), разделяя ее на три группы столбцов соответственно группам чисел:

первый (слева) для миллионов, вторые три (правее) для тысяч и третьи три (справа) для простых единиц, десятков и сотен.

Ребенок начинает писать справа числа, соответствующие шарикам на проволоках счетов от единицы до миллиона так: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (единицы) в седьмом столбце справа, отделенном зеленой чертой, затем переходит во второй столбец, отделенный синей чертой, и пишет: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (десятки), заполняя столбец единиц нулями; затем — на третий, отделенный красной чертой: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (сотни), заполняя столбцы десятков и единиц нулями; один разряд кончен, и ребенок переходит во вторую группу столбцов (тысячи) и пишет: в первом столбце справа, так же отделенном зеленой чертой (единицы тысяч): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, и переходит во второй столбец (синяя черта — десятки тысяч): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; затем переходит в третий столбец (красная черта — сотни тысяч): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и, наконец, в последний, седьмой столбец (зеленая черта — миллионы): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все пустые столбцы ребенок заполняет нулями.

Затем он прочитывает все числа на первой половине своего листка и может приступить ко второй. Он передвигает на счетах бусы справа налево на всех семи или на нескольких проволоках, прочитывает и записывает полученное число на вторую половину листка; например, на счетах на седьмой проволоке снизу (миллионы) стоит шесть шариков, на шестой (сотни тысяч) — два, на пятой (десятки тысяч) — ни одного, на четвертой (тысячи) — шесть, на пятой — восемь, на шестой — один, на седьмой — восемь. Полученное число 6.206.818 ребенок разносит по столбцам (разряды) второй половины листка: 6 в разряд миллионов (единицы), 2 — в разряд тысяч (сотни), 0 — в разряд тысяч (десятки), 6 — в разряд тысяч (единицы), 8 — в разряд простых единиц (сотни), 1 — в разряд простых единиц (десятки) и 8 — в разряд простых единиц (единицы). Налево рядом с каждым числом, разнесенным по столбцам, он пишет число 6.206.818. (Табл. С.)

Ребенок составляет число за числом на счетах и вписывает их в листки, а затем в тетрадку, разлиновывая ее самостоятельно подобно разлинованному листку. Составлять на счетах и записывать «большие числа» является для детей одним из самых увлекательных занятий. По словам Монтессори, «они становятся воротилами миллионов». Но некоторых уже не удовлетворяют миллионы, и они наполняют свои тетради фантастическими числами.

Один восьмилетний мальчик (в 1923 г.), увлекавшийся счетом вообще, предавался нумерации (счетам и записыванию чисел) в течение месяца каждый день. Дойдя до тысячи на маленьких счетах и наполнив несколько листков числами, он схватил меня

за руку: «Вы ведь сделаете мне к завтрашнему дню счеты до миллиона!» Тогда еще у нас не было настоящих монтерсориеских счетов с шариками, и я сделала подобие их из обыкновенных торговых счетов, выломав лишние проволоки и оставив их только четыре (маленькие счеты); а вместо шариков были костяшки. На другой день я принесла мальчику счеты с миллионами, сделанные также из обыкновенных счетов, и он углубился в составление больших чисел и занимался этим еще месяц, наполняя в тетради страницы числами, разлиновывая их самостоятельно и разнося цифры по столбцам. Он захотел идти

6220	6	2	2	0
9587	9	5	8	7
8704	8	7	0	4
9290	9	2	9	0

Отрывок из тетрадки девочки 6½ л. 1922 г.

далее простых миллионов и сам приготовил для себя листок (страничку в своей тетради), прибавивши слева еще два столбца (десятки, сотни миллионов). Он писал также длиннейшие числа на классной доске и прочитывал их. Произносить, например: «двести сорок восемь миллионов пятьсот девяносто три тысячи семьсот двадцать один» — доставляло ему огромное удовольствие. Привожу полстраницы из его тетради с записями больших чисел. (Табл. D.)

Его особенно занимали числа с одинаковыми цифрами во всех частях разрядов, например: 3.333.333; 8.888.888. И ему нравилось прочитывать их.

Табл. А.

<i>C</i>	<i>A</i>	<i>E</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>E</i>
		1			1
		2			2
		3			3
		4			4
		5			5
		6			6
		7			7
		8			8
		9			9
	1			1	0
	2			2	0
	3			3	0
	4			4	0
	5			5	0
	6			6	0
	7			7	0
	8			8	0
	9			9	0
1			1	0	0
			2	0	0
			3	0	0
			4	0	0
			5	0	0
			6	0	0
			7	0	0
			8	0	0
			9	0	0
			0	0	0
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>

Табл. В.

<i>T</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>E</i>
4	8	2	7
3	0	2	5
5	8	0	0
7	0	0	1

a *b* *c*

Табл. D.

563.891.275	5	6	3	8	9	1	2	7	5
127.305.987	1	2	7	3	0	5	9	8	7
555.555.555	5	5	5	5	5	5	5	5	5
605.430.820	6	0	5	4	3	0	8	2	0
601.741.800	6	0	1	7	4	1	8	0	0
498 888.888	4	9	8	8	8	8	8	8	8
100.000.001	1	0	0	0	0	0	0	0	1
2.985.289			2	9	8	5	2	8	9
12.002.012		1	2	0	0	2	0	1	2
8.901.010			8	9	0	1	0	1	0
	a	b	c	a	b	c	a	b	c

Табл. С.

[illegible]
$$a \quad b \quad c$$

Мы читали со старшими детьми о Джемсе Уатте и о паровой машине. Между прочим там говорилось о том, что Уатт поехал из Глазго учиться в Лондон, а «Глазго от Лондона находится на таком же расстоянии, на каком Ленинград находится от Москвы». Это было в марте 1924 года. Девочка 6 л. 10 м. спросила меня: «а какое расстояние от Ленинграда до Москвы. Получивши ответ, она на другой день отсчитала на цепи «тысяча» шестьсот четыре бусинки и записала в своей тетрадке: «от Ленинграда до Москвы—604 версты.

Таким образом, учась сначала считать на конкретных предметах дидактического материала Монтессори для счета, на предметах простых и строго однородных, многие дети, как мы уже видели, очень скоро переходят к отвлеченному счету и орудуют с отвлеченными числами на разные лады, и, овладев этими числами, они вновь прилагают их к конкретным, жизненным предметам, ясно представляя себе их значение.

Таблица умножения.

Дидактический материал Монтессори для усвоения таблицы умножения состоит из картонного квадрата, на котором выдавлены сто углублений для вкладывания бус. Мы готовили такой квадрат из двух листов толстого бристольского картона; на одном из них протыкали сто отверстий, расположенных в точно одинаковых расстояниях одно от другого, и приклеивали или пришивали по краям ко второму листу. Получалось дно, и вкладываемые в отверстия бусинки не проваливались. Нужно только приготовить такой квадрат очень аккуратно и обвести красивой рамкой (или оклеить цветной бумагой, или обшить цветным шелком). На верху квадрата, соответственно каждому вертикальному ряду отверстий, намечены цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

К картону прилагается коробочка, в которой находится сто бус (или деревянных шариков) и маленький конвертик, с десятью карточками 4 см на $5\frac{1}{2}$ см, с написанными на них цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. В коробочке лежит также красный значок (костяной или картонный кружочек). (Рис. 10.)

Упражнение, которое производит ребенок с этим материалом, очень просто.

Ребенок кладет в небольшое углубление или начерченный прямоугольник карточку с цифрой 1. Наверху, над цифрами, он кладет красный значок, который и передвигает от цифры к цифре. Значок стоит над цифрой 1, и ребенок кладет в первое отверстие одну бусу ($1 \cdot 1 = 1$), затем передвигает значок к цифре 2

и кладет во второе отверстие одну бусу ($1 \cdot 2 = 2$), — к цифре три и кладет бусу в третье отверстие ($1 \cdot 3 = 3$) и т. д. до 10.

Все числа от 1 до 10 помножены на один.

Затем он убирает все бусы и карточку 1 в коробочку и ставит в углубление карточку с цифрой 2. Передвигая красный

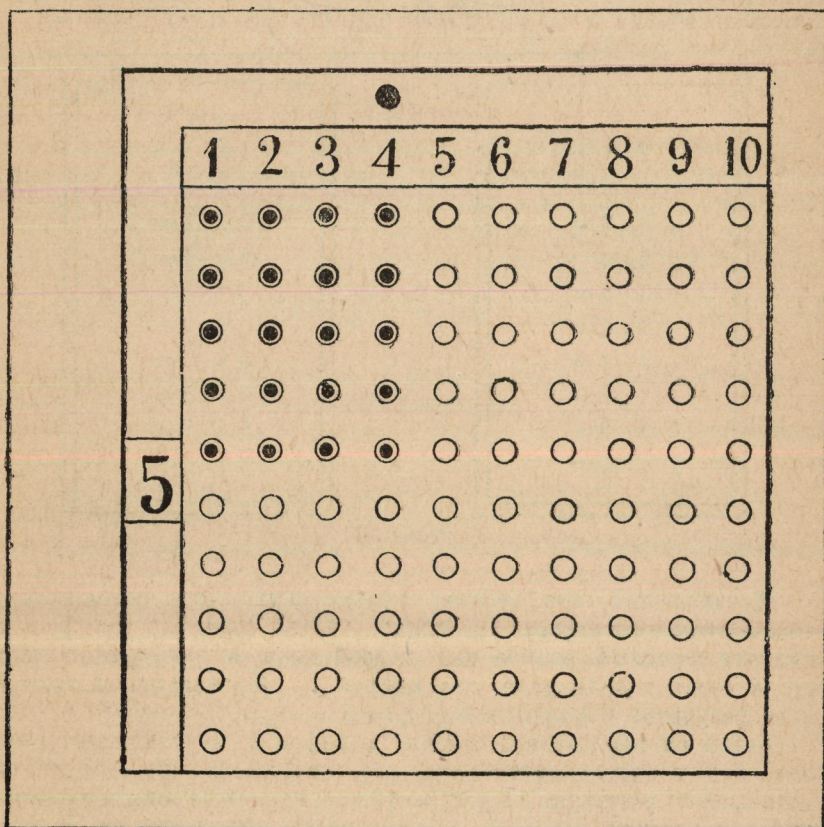


Рис. 10.

значок последовательно от цифры к цифре (1, 2, 3 и т. д. до 10), ребенок кладет всякий раз по две бусы в вертикальном направлении (2×1 , 2×2 , 2×3 , 2×4 , 2×5 , 2×6 , 2×7 , 2×8 , 2×9 , 2×10) и т. д. до 10.

Для записывания результатов умножения Монтессори рекомендует готовить особые листки, что мы и делаем для каждого ребенка.

Наверху листка обозначена цифра, соответствующая цифре карточки, которую ребенок кладет всякий раз налево на квадрате (один из множителей). Таких листков десять, с цифрами наверху от 1 до 10, и на них написана вся таблица умножения данного числа. Ребенку остается только вписать результат (табл. а).

2.	5.
2 . 1 =	$5 \times 1 = 5$
2 . 2 =	$5 \times 2 = 10$
2 . 3 =	$5 \times 3 = 15$
2 . 4 =	$5 \times 4 = 20$
2 . 5 =	$5 \times 5 =$
2 . 6 =	$5 \times 6 =$
2 . 7 =	$5 \times 7 =$
2 . 8 =	$5 \times 8 =$
2 . 9 =	$5 \times 9 =$
2 . 10 =	$5 \times 10 =$

Табл. а.

Предположим, что ребенку нужно помножить число 5 от 1 до 10 последовательно. Он кладет налево карточку с цифрой 5, наверху красный значок над цифрой один и вкладывает пять бус в вертикальном ряде под цифрой 1. На листке он вписывает результат (5) против $5 \times 1 = 5$.

Затем он передвигает значок к цифре 2 и вкладывает еще пять бус в вертикальном ряде под цифрой 2. На листке он записывает результат ($5 \times 2 = 10$). (Рис. 9.) Знак умножения (\times) можно заменить другим знаком умножения (\cdot).

Так он поступает до тех пор, пока не дойдет до цифры 10 в горизонтальном ряде.

Под каждой цифрой этого ряда в вертикальном ряде лежит пять бус. Всякий раз, кладя новые пять бус, ребенок пересчитывает их и вписывает в листок результат. (Рис. 10.)

Таким образом у него получается таблица умножения на 5 ($5 \times 1 = 5$, $5 \times 2 = 10$, $5 \times 3 = 15$, $5 \times 4 = 20$, $5 \times 5 = 25$, $5 \times 6 = 30$, $5 \times 7 = 35$, $5 \times 8 = 40$, $5 \times 9 = 45$, $5 \times 10 = 50$).

И здесь мы можем наблюдать различные индивидуальности детей в подходе к работе, в зависимости от возраста и способностей. Одни дети заполняют листок за листком все десять листков и не оставляют работы, пока не исчерпают все. Некоторые просят еще листков.

Другие не сразу начинают вписывать результаты в листки, а переделывают одно и то же упражнение по два раза, а затем уже записывают результаты. Например, ребенок умножает число 2. Он выложил все двадцать бус, собрал их и начинает выкладывать вновь. Когда это второе упражнение готово, он начинает заполнять свой листок.

Одни дети, кладя новый ряд и пересчитывая бусы, всякий раз возвращаются к первому ряду, например, у ребенка слева стоит карточка с цифрой 3; он положил по три бусы уже в трех рядах (под цифрами 1, 2, 3)—и, передвигая значок к цифре 4, кладет под ней еще четыре бусы и считает, начиная с первого ряда: один, два, три; четыре, пять, шесть (второй ряд); семь, восемь, девять (третий ряд); десять, одиннадцать, двенадцать (четвертый ряд).

Другой не возвращается к первому ряду, помня всякий раз последнее число предыдущего ряда: под цифрой 1 — три бусы, под цифрой 2 — еще три бусы. Кладя их, он считает: четыре, пять, шесть; дальше под цифрой 3 — семь, восемь, девять и т. д.

Всех листочков десять, и ребенок повторяет умножение каждого числа (от 1 до 10) десять раз.

Само собою разумеется, что подобное повторение фиксирует в памяти ребенка постепенно всю таблицу умножения, и он без труда заучивает ее наизусть.

Некоторые дети, держа перед собой листок, ими же заполненный, заучивают умножение. Девочка, держа в руке листок и прыгая на одной ножке, повторяет $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$ и т. д.

Часто они просят руководительницу: «спросите меня». Иногда, беря грифельную доску и мел, пишут табличку умножения какого-нибудь числа наизусть; переписывают свои листки в тетрадки.

Для самостоятельной проверки сделанных детьми умножений на листках Монтессори дает детям две готовые таблички умножений от 1 до 10: первая табличка от 1 до 5, вторая от 6 до 10 (табл. б). Их можно наклеить на картон и повесить на стену. Ребенок, когда такая табличка ему понадобится, снимает ее со стены, кладет на столик и проверяет по ней свои листки.

Также можно предложить ребенку составить Пифагорову таблицу. Для этого ему дают картонный квадрат, разграфленный на 100 маленьких квадратов и с числами от 1 до 10 в каждом

квадратике, в первом горизонтальном ряду и первом (слева) вертикальном (табл. с). Ребенок списывает со своих проверенных листов ряд за рядом: под двойкой столбец 2-х, под тройкой столбец 3-х, под четверкой столбец 4-х и т. д. до 10 (табл. d).

Обыкновенно дети повторяют и это упражнение и не ограничиваются одним квадратом: они требуют еще и еще. Тогда им можно давать листки клетчатой бумаги. Некоторые дети разлиновывают страницы своих тетрадок и составляют Пифагорову таблицу, научаются ее читать и заучивают наизусть.

1. 1=1	2. 1=2	3. 1=3	4. 1=4	5. 1=5
1. 2=2	2. 2=4	3. 2=6	4. 2=8	5. 2=10
1. 3=3	2. 3=6	3. 3=9	4. 3=12	5. 3=15
1. 4=4	2. 4=8	3. 4=12	4. 4=16	5. 4=20
1. 5=5	2. 5=10	3. 5=15	4. 5=20	5. 5=25
1. 6=6	2. 6=12	3. 6=18	4. 6=24	5. 6=30
1. 7=7	2. 7=14	3. 7=21	4. 7=28	5. 7=35
1. 8=8	2. 8=16	3. 8=24	4. 8=32	5. 8=40
1. 9=9	2. 9=18	3. 9=27	4. 9=36	5. 9=45
1. 10=10	2. 10=20	3. 10=30	4. 10=40	5. 10=50

6. 1=6	7. 1=7	8. 1=8	9. 1=9	10. 1=10
6. 2=12	7. 2=14	8. 2=16	9. 2=18	10. 2=20
6. 3=18	7. 3=21	8. 3=24	9. 3=27	10. 3=30
6. 4=24	7. 4=28	8. 4=32	9. 4=36	10. 4=40
6. 5=30	7. 5=35	8. 5=40	9. 5=45	10. 5=50
6. 6=36	7. 6=42	8. 6=48	9. 6=54	10. 6=60
6. 7=42	7. 7=49	8. 7=56	9. 7=63	10. 7=70
6. 8=48	7. 8=56	8. 8=64	9. 8=72	10. 8=80
6. 9=54	7. 9=63	8. 9=72	9. 9=81	10. 9=90
6. 10=60	7. 10=70	8. 10=80	9. 10=90	10. 10=100

Табл. б.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

Табл. с.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Табл. д.

Некоторые дети не ограничиваются только Пифагоровой таблицей, а идут самостоятельно дальше.

Так, например, восьмилетняя девочка, овладев таблицей умножения на материале, заполнив все листки результатами умноже-

ния, переписав каждый листок в тетрадку по несколько раз, в один прекрасный день решает идти дальше и делает вычисления уже без помощи материала, совершенно отвлеченно: переписав листок с умножением на 2 и дойдя до $2 \times 10 = 20$, она пишет дальше (в столбец): $2 \times 11 = 22$, 2×12 ; 2×13 , 2×14 и т. д. до $2 \times 100 = 200$. Над этим она сидит два дня подряд, исписывает несколько страниц тетрадки. Девочка самостоятельно делает вывод: «Не надо,—говорит она,—считать всякий раз сначала, а нужно только прибавлять всегда по два, вот $2 \times 10 = 20$, а 2×11 ,—к двадцати надо прибавить два и будет двадцать два, 2×12 —к двадцати двум нужно прибавить еще два и будет двадцать четыре,—это не трудно».

Она дошла до 5, всякий раз останавливаясь на 100 или числе, близком к ста ($3 \times 33 = 99$).

Дальше я не могла следить за ее работой, так как наступило лето, и школа закрылась (1923 г.).

Семилетний мальчик (1923 г.), работавший с таблицей умножения (картон с бусами и листки) в течение целого месяца каждый день сосредоточенно и длительно, покончивши с Пифагоровой таблицей, пошел также дальше, но по-другому: написавши как-то в тетрадке последнее умножение $10 \times 10 = 100$, он стал умножать эту сотню на все числа от 1 до 10: $100 \times 1 = 100$; $100 \times 2 = 200$; $100 \times 3 = 300$ и т. д. до $100 \times 10 = 1000$. Писал эти упражнения так же, как и раньше, в столбец. Дойдя до тысячи, он перешел на новый столбец и стал писать $1000 \times 1 = 1000$; $1000 \times 2 = 2000$ и т. д. до $1000 \times 10 = 10000$; десять тысяч стал умножать на новом столбце и дошел до 100000; сто тысяч на новом столбце и дошел до 1000000 и т. д.

Он хотел непременно дойти до биллиона и, получивши его, был счастлив. После этого он подходил к классной доске, писал числа с огромным количеством нулей и старался их прочитывать: вот сто тысяч, вот миллион, десять миллионов, сто миллионов, биллион, десять биллионов и т. д. Большинство детей, особенно мальчики, имеют пристрастие к большим числам. Права Монтессори, говоря, что к восьми годам дети становятся «воротилами миллионов», и она своим материалом дает им полную возможность удовлетворить эту свою страсть.

Упражнения с числами.

Детям, стремящимся продолжать таблицу умножения после 10, Монтессори дает упражнения с числами, ведущие их уже к более глубокому и полному изучению чисел, с которыми они должны встретиться впоследствии в школе. Но эти упражнения доступны

Табл. е.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34

Табл. ф.

51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84

<i>Табл. е.</i>		<i>Табл. f.</i>	
	35		85
	36		86
	37		87
	38		88
	39		89
	40		90
	41		91
	42		92
	43		93
	44		94
	45		95
	46		96
	47		97
	48		98
	49		99
	50		100

детям, усвоившим вполне при помощи материала четыре арифметические действия и перешедшим к отвлеченному их выполнению.

Мы пока не имели возможности практически провести и проверить эти упражнения на наших детях, так как у нас, в моей более чем десятилетней практике по системе Монтессори, не было детей старше восьми лет, да и таких было всего двое. В 1917 году у меня была старшая группа (дети семи, восьми и даже девяти лет) в течение года, но тогда я еще не знала арифметического материала Монтессори применительно к школе.

Все же в коротких словах я изложу сущность этих упражнений.

Ребенку даются два длинных и узких листка бумаги, на которых с левой стороны находится серия чисел от 1 до 50 (табл. е, стр. 69—70) и от 51 до 100 (табл. f, стр. 69—70). Кроме того, ему даются узкие листки бумаги, на которых он может писать умножения чисел от 2 до 10 на все числа от 1 до 100.

Для удобства следует давать для каждого множимого числа по два листка: на одном числа должны быть расположены так, чтобы произведение доходило до 50, на другом до 100. (табл. g и h).

2. 1 = 2	3. 1 = 3	4. 1 = 4	5. 1 = 5	6. 1 = 6	7. 1 = 7	8. 1 = 8	9. 1 = 9	10. 1 = 10
2. 2 = 4	3. 2 = 6	4. 2 = 8	5. 2 = 10	6. 2 = 12	7. 2 = 14	8. 2 = 16	9. 2 = 18	10. 2 = 20
2. 3 = 6	3. 3 = 9	4. 3 = 12	5. 3 = 15	6. 3 = 18	7. 3 = 21	8. 3 = 24	9. 3 = 27	10. 3 = 30
2. 4 = 8	3. 4 = 12	4. 4 = 16	5. 4 = 20	6. 4 = 24	7. 4 = 28	8. 4 = 32	9. 4 = 36	10. 4 = 40
2. 5 = 10	3. 5 = 15	4. 5 = 20	5. 5 = 25	6. 5 = 30	7. 5 = 35	8. 5 = 40	9. 5 = 45	10. 5 = 50
2. 6 = 12	3. 6 = 18	4. 6 = 24	5. 6 = 30	6. 6 = 36	7. 6 = 42	8. 6 = 48		
2. 7 = 14	3. 7 = 21	4. 7 = 28	5. 7 = 35	6. 7 = 42	7. 7 = 49			
2. 8 = 16	3. 8 = 24	4. 8 = 32	5. 8 = 40	6. 8 = 48				
2. 9 = 18	3. 9 = 27	4. 9 = 36	5. 9 = 45					
2. 10 = 20	3. 10 = 30	4. 10 = 40	5. 10 = 50					
2. 11 = 22	3. 11 = 33	4. 11 = 44						
2. 12 = 24	3. 12 = 36	4. 12 = 48						
2. 13 = 26	3. 13 = 39							
2. 14 = 28	3. 14 = 42							
2. 15 = 30	3. 15 = 45							
2. 16 = 32	3. 16 = 48							
2. 17 = 34								
2. 18 = 36								
2. 19 = 38								
2. 20 = 40								
2. 21 = 42								
2. 22 = 44								
2. 23 = 46								
2. 24 = 48								
2. 25 = 50								

Таб. 9.

2. 26 = 52	3. 17 = 51	4. 13 = 52	5. 11 = 55	6. 9 = 54	7. 8 = 56	8. 7 = 56	9. 6 = 54	10. 6 = 60
2. 27 = 54	3. 18 = 54	4. 14 = 56	5. 12 = 60	6. 10 = 60	7. 9 = 63	8. 8 = 64	9. 7 = 63	10. 7 = 70
2. 28 = 56	3. 19 = 57	4. 15 = 60	5. 13 = 65	6. 11 = 66	7. 10 = 70	8. 9 = 72	9. 8 = 72	10. 8 = 80
2. 29 = 58	3. 20 = 60	4. 16 = 64	5. 14 = 70	6. 12 = 72	7. 11 = 77	8. 10 = 80	9. 9 = 81	10. 9 = 90
2. 30 = 60	3. 21 = 63	4. 17 = 68	5. 15 = 75	6. 13 = 78	7. 12 = 84	8. 11 = 88	9. 10 = 90	10. 10 = 100
2. 31 = 62	3. 22 = 66	4. 18 = 72	5. 16 = 80	6. 14 = 84	7. 13 = 91	8. 12 = 96	9. 11 = 99	
2. 32 = 64	3. 23 = 69	4. 19 = 76	5. 17 = 85	6. 15 = 90	7. 14 = 98			
2. 33 = 66	3. 24 = 72	4. 20 = 80	5. 18 = 90	6. 16 = 96				
2. 34 = 68	3. 25 = 75	4. 21 = 84	5. 19 = 95					
2. 35 = 70	3. 26 = 78	4. 22 = 88	5. 20 = 100					
2. 36 = 72	3. 27 = 81	4. 23 = 92						
2. 37 = 74	3. 28 = 84	4. 24 = 96						
2. 38 = 76	3. 29 = 87	4. 25 = 100						
2. 39 = 78	3. 30 = 90							
2. 40 = 80	3. 31 = 93							
2. 41 = 82	3. 32 = 96							
2. 42 = 84	3. 33 = 99							
2. 43 = 86								
2. 44 = 88								
2. 45 = 90								
2. 46 = 92								
2. 47 = 94								
2. 48 = 96								
2. 49 = 98								
2. 50 = 100								

Ребенок сравнивает каждое число на длинных листках с произведениями умножений, которые он сам произвел на полученных им для этой цели листках (табл. i).

Табл. i.

1	
2	
3	
4	$= 2 \cdot 2$
5	
6	$= 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$
7	
8	$= 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2$
9	$= 3 \cdot 3$
10	$= 2 \cdot 5$
11	
12	$= 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 6 \cdot 2$
13	
14	$= 2 \cdot 7$
15	$= 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$
16	$= 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4 = 8 \cdot 2$
17	
18	$= 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 9 \cdot 2$
19	
20	$= 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5 = 5 \cdot 4 = 10 \cdot 2$
21	$= 3 \cdot 7 = 7 \cdot 3$
22	$= 2 \cdot 11 = 11 \cdot 2$
23	
24	$= 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 8 \cdot 3 = 12 \cdot 2$
25	$= 5 \cdot 5$
26	$= 2 \cdot 13 = 13 \cdot 2$
27	$= 3 \cdot 9 = 9 \cdot 3$
28	$= 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7 = 7 \cdot 4 = 14 \cdot 2$
29	
30	$= 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 6 \cdot 5 = 10 \cdot 3 = 15 \cdot 2$
31	
32	$= 2 \cdot 16 = 4 \cdot 8 = 8 \cdot 4 = 16 \cdot 2$
33	$= 3 \cdot 11 = 11 \cdot 3$
34	$= 2 \cdot 17 = 17 \cdot 2$
35	$= 5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$
36	$= 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 9 \cdot 4 = 12 \cdot 3 = 18 \cdot 2$
37	
38	$= 2 \cdot 19 = 19 \cdot 2$

$$39 = 3 \cdot 13 = 13 \cdot 3$$

$$40 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 8 \cdot 5 = 10 \cdot 4 = 20 \cdot 2$$

$$41$$

$$42 = 2 \cdot 21 = 3 \cdot 14 = 6 \cdot 7 = 7 \cdot 6 = 14 \cdot 3 = 21 \cdot 2$$

$$43$$

$$44 = 2 \cdot 22 = 4 \cdot 11 = 11 \cdot 4 = 22 \cdot 2$$

$$45 = 3 \cdot 15 = 5 \cdot 9 = 9 \cdot 5 = 15 \cdot 3$$

$$46 = 2 \cdot 23 = 23 \cdot 2$$

$$47$$

$$48 = 2 \cdot 24 = 3 \cdot 16 = 4 \cdot 12 = 6 \cdot 8 = 8 \cdot 6 = 12 \cdot 4 = \\ = 16 \cdot 3 = 24 \cdot 2$$

$$49 = 7 \cdot 7$$

$$50 = 2 \cdot 25 = 5 \cdot 10 = 10 \cdot 5 = 25 \cdot 2$$

$$51 = 3 \cdot 17 = 17 \cdot 3$$

$$52 = 2 \cdot 26 = 4 \cdot 13 = 13 \cdot 4 = 26 \cdot 2$$

$$53$$

$$54 = 2 \cdot 27 = 3 \cdot 18 = 6 \cdot 9 = 9 \cdot 6 = 18 \cdot 3 = 27 \cdot 2$$

$$55 = 5 \cdot 11 = 11 \cdot 5$$

$$56 = 2 \cdot 28 = 4 \cdot 14 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2$$

$$57 = 3 \cdot 19$$

$$58 = 2 \cdot 29 = 29 \cdot 2$$

$$59$$

$$60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 16 = 6 \cdot 10 = 10 \cdot 6 = 15 \cdot 4 = \\ = 20 \cdot 3 = 30 \cdot 2$$

$$61$$

$$62 = 2 \cdot 31 = 31 \cdot 2$$

$$63 = 3 \cdot 21 = 7 \cdot 9 = 9 \cdot 7 = 21 \cdot 3$$

$$64 = 2 \cdot 32$$

$$65 = 5 \cdot 13 = 13 \cdot 5$$

$$66 = 2 \cdot 33 = 3 \cdot 22 = 6 \cdot 11 = 11 \cdot 6 = 22 \cdot 3 = 33 \cdot 2$$

$$67$$

$$68 = 2 \cdot 34 = 4 \cdot 17 = 17 \cdot 4 = 34 \cdot 2$$

$$69 = 3 \cdot 23 = 23 \cdot 3$$

$$70 = 2 \cdot 35 = 5 \cdot 14 = 7 \cdot 10 = 10 \cdot 7 = 14 \cdot 5 = 35 \cdot 2$$

$$71$$

$$72 = 2 \cdot 36 = 3 \cdot 24 = 4 \cdot 18 = 6 \cdot 12 = 8 \cdot 9 = 9 \cdot 8 = \\ = 12 \cdot 6 = 18 \cdot 4$$

$$73$$

$$74 = 2 \cdot 37 = 37 \cdot 2$$

$$75 = 3 \cdot 25 = 5 \cdot 15 = 15 \cdot 5 = 25 \cdot 3$$

$$76 = 2 \cdot 38 = 4 \cdot 19 = 19 \cdot 4 = 38 \cdot 2$$

$$77$$

$$78 = 2 \cdot 39 = 3 \cdot 26 = 6 \cdot 13 = 13 \cdot 6 = 26 \cdot 3 = 39 \cdot 2$$

$$79$$

$$80 = 2 \cdot 40 = 4 \cdot 20 = 5 \cdot 16 = 8 \cdot 10 = 10 \cdot 8 = 16 \cdot 5 = \\ = 20 \cdot 4 = 40 \cdot 2$$

81

$$82 = 2 \cdot 41$$

83

$$84 = 2 \cdot 42 = 3 \cdot 28 = 4 \cdot 21 = 6 \cdot 14 = 7 \cdot 12 = 12 \cdot 7 = \\ = 14 \cdot 6 = 21 \cdot 4 = 28 \cdot 3 = 42 \cdot 2$$

$$85 = 5 \cdot 17 = 17 \cdot 5$$

$$86 = 2 \cdot 43 = 43 \cdot 2$$

$$87 = 3 \cdot 29$$

$$88 = 2 \cdot 44 = 4 \cdot 22 = 8 \cdot 11 = 11 \cdot 8 = 22 \cdot 4 = 44 \cdot 2$$

89

$$90 = 2 \cdot 45 = 3 \cdot 30 = 5 \cdot 18 = 6 \cdot 15 = 9 \cdot 10 = 10 \cdot 9$$

$$91 = 7 \cdot 13$$

$$92 = 2 \cdot 46 = 4 \cdot 23 = 23 \cdot 4 = 46 \cdot 2$$

$$93 = 3 \cdot 31 = 31 \cdot 3$$

$$94 = 2 \cdot 47 = 47 \cdot 2$$

$$95 = 5 \cdot 19 = 19 \cdot 5$$

$$96 = 2 \cdot 48 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12 = 16 \cdot 6 = \\ = 24 \cdot 4 = 32 \cdot 3 = 48 \cdot 2$$

97

$$98 = 2 \cdot 49 = 7 \cdot 14 = 14 \cdot 7 = 49 \cdot 2$$

$$99 = 3 \cdot 33 = 9 \cdot 11 = 11 \cdot 9 = 33 \cdot 3$$

$$100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10.$$

Против каждого числа, на листке чисел, он ставит знак равенства и выписывает всех множителей данного числа из листков умножения; например, он берет число 4; в листке умножения он находит $2 \cdot 2 = 4$, и на листке чисел он пишет: $4 = 2 \cdot 2$. Берет число 6; произведение 6 он находит уже в двух листках умножений (на 2 и на 3), и на листке чисел он пишет: $6 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$. Берет число 18; произведение 18 он находит в четырех листках умножений (на 2, на 3, на 6 и на 9), и на листке чисел он пишет: $18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 9 \cdot 2$. Возьмем какое-нибудь большее число, например 90. Ребенок отыскивает произведение 90 на шести листках умножений, и на листке чисел пишет: $90 = 2 \cdot 45 = 3 \cdot 30 = 5 \cdot 18 = 6 \cdot 15 = 9 \cdot 10 = 10 \cdot 9$.

Таким образом у ребенка получаются две таблички простых и сложных чисел (табл. i).

Эти свси письменные выводы ребенок может проверить практически на мелких предметах: на бусах или на мелких кубиках.

Например, он берет число 8 ($8 = 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2$) и раскладывает бусы или кубики в следующем порядке (рис. 11). Берет

$$8 = 2 \cdot 4 = \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}$$

$$= 4 \cdot 2 = \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array}$$

Рис. 11.

число 12 и раскладывает бусы или кубики в другом порядке (рис. 12).

$$12 = 2 \cdot 6 = \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}$$

$$= 3 \cdot 4 = \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array}$$

$$= 4 \cdot 3 = \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$$

$$= 6 \cdot 2 = \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array}$$

Рис. 12.

Таким образом, разлагая на группы мелкие предметы, он может проверить каждое число, отыскивая новые сочетания.

Подход к этому упражнению мы уже имеем у маленьких детей на упражнениях с цифрами и мелкими предметами (см. стр. 32, 33 и т. д.).

Эти упражнения уясняют ребенку представление о «делимости чисел». Например, ребенок разделил число 12 последовательно на две группы, на три, на четыре и на шесть; следовательно, он видит ясно, что число 12 можно разделить на 2, на 3, на 4 и на 6; число 8 можно разделить на 2 и на 4, так как он разложил его на две группы.

Все равно: делить ли 8 на 2 или на 4, как это бывает при умножении, так как $8 = 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2$, т.-е. «при перемене порядка множителей произведение не меняется»? Но, при делении, число (количество предметов) нужно расположить в равные группы; при каждом изменении числа групп, меняется и число предметов в каждой группе: когда мы делим 8 бус на две группы, то в каждой группе будет по 4 предмета, если же мы делим 8 бус на четыре группы, то в каждой группе будет 2 предмета. Разница очевидна: при каждом изменении в таком равномерном

распределении предметов характер изменяется. Каждое новое сочетание представляет собой новый способ «деления» числа.

На этих же упражнениях (см. табл. i) ребенок может делать и другие наблюдения над числами. Он может получить представление об «общем наибольшем делителе». Предложим, например, ребенку разложить числа 40 и 60.

Одно из сочетаний 40 следующее: $40 = 2 \cdot 20$. Число же 20, в свою очередь, равно $2 \cdot 10$; а $10 = 2 \cdot 5$.

Соберем все маленькие числа, которые нельзя больше разложить ни на какие, заменим ими большие и получим:

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5, \text{ или же } 40 = 2^3 \cdot 5.$$

Число $60 = 2 \cdot 30$; $30 = 2 \cdot 15$; $15 = 3 \cdot 5$. Следовательно, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Посмотрим теперь, что общего есть в числах 40 и 60. В число 40 входит 2^3 , а в число 60 входит 2^2 , но 2^3 содержит в себе 2^2 , т.-е. $2^3 = 2^2 \cdot 2$. Следовательно, 2^2 входит в состав и 60 и 40. Число 5 входит и в число 40, и в число 60.

Таким образом, общими числами (множителями) чисел 40 и 60 являются 2^2 и 5, а $2^2 \cdot 5 = 20$.

Следовательно, 20 есть то наибольшее число, на которое можно разделить 40 и 60. Такое число называется «общим наибольшим делителем».

Ребенок может проверить это практически, разложивши бусы или кубики в числе сорока и шестидесяти на двадцать групп.

Конечно, подобные упражнения доступны не всем детям: есть девяти и даже десятилетние дети, еще не дошедшие до той ступени развития, когда они могут их постигнуть, есть наоборот, восьми и семилетки, проделывающие эти упражнения с легкостью, о чем свидетельствуют учительницы тех стран, где есть Монтессори-евские школы.

При способе преподавания в школе Монтессори, где дети не должны слушать один и тот же урок для всех и тянуться за программой, разница в успехах детей не страшна, а способы обучения: возможность самостоятельной работы и самозадерживания на одной и той же работе столько, сколько этого захочет сам ребенок, помогают способнейшим двигаться вперед, не поджидая товарищей, а более слабым задерживаться на трудных вещах столько, сколько это понадобится им для их преодоления и усвоения. Кроме того, открывается возможность сильнейшим помогать более слабым. Взаимное обучение (ребенок ребенка) очень развито в школе Монтессори.

Квадрат и куб чисел.

Монтессори дает детям материал, при помощи которого они получают представление о квадрате и кубе числа. Материал этот составлен из тех же бус, из которых составлены цепочки «единиц», «десятков», «сотни» и «тысячи» (см. стр. 44).

Каждой отдельной цепочке единиц соответствует квадрат этих единиц. Так цепочка из двух зеленых бус представляет собою число 2; две такие цепочки, соединенные между собой проволокой, представляют уже число 2, взятое два раза, т.-е. $2+2$ или 2.2 . Если мы сложим эти две соединенные цепочки так, чтобы они лежали одна под другой, то получится квадрат, у которого в ребре — две бусинки.

То же самое с цепочкой 3. В материале имеется цепочка из трех розовых бус; ей соответствуют три цепочки из розовых бус, соединенных вместе, следовательно, девять бус, что представляет собою $3+3+3$ или 3.3 . Если сложить эти три цепочки одна под другой, то получится квадрат, у которого в ребре — три бусинки.

Такого рода цепочки существуют для всех чисел от 2-х до 10-ти. Эти цепочки составлены из цветных бус, цвет которых соответствует данному числу: для 2-х — из зеленых бус, для 3-х — из розовых, для 4-х — из желтых, для 5-ти — из голубых, для 6-ти — из серых; для 7-ми — из белых, для 8-ми — из лиловых, для 9-ти — из синих и для 10-ти — из оранжевых.

Эти цепочки соединены так, что каждую из них можно раскладывать на столе не только в длину, но и одну под другой, так, чтобы получился квадрат.

Кроме того, в материале находятся и квадраты из бус, соединенных между собою плотно, — так, что их нельзя разнять. Квадраты есть для всех чисел: для двух — квадрат из четырех зеленых бус, для трех — из девяти розовых, для четырех — из шестнадцати желтых, для пяти — из двадцати пяти голубых, для шести — из тридцати шести серых, для семи — из сорока девяти белых, для восьми — из шестидесяти четырех лиловых, для девяти — из восьмидесяти одной синих, и для десяти из ста оранжевых.

Упражнения очевидны. Ребенок берет цепочку 2, цепочку 2.2 и квадрат из четырех бусинок и видит, что $2+2=4$ или $2.2=4$, и квадрат содержит тоже 4 бусинки.

Так он может проверить все квадраты. Положим, он берет цепочку из пяти бус, цепочку из пяти бус каждая и квадрат у которого сторона содержит цепочку из пяти бус.

Он видит, что $5+5+5+5+5=5.5=25$ и квадрат, с цепочкой в пять бус в ребре содержит также 25 бус.

Если ребенок возьмет цепочку 10 и цепь «ста», состоящую из десяти цепочек, связанных вместе, и затем квадрат, у которого сторона содержит десять бус, то, пересчитывая бусы в квадрате, он видит, что их тоже сто.

Дети, упражнявшиеся уже с таблицей умножения и умеющие записывать результаты своих вычислений, могут записывать эти результаты и при данных упражнениях. А потому их можно научить писать числа в квадрате: $2^2=4$, $5^2=25$, $8^2=64$, $10^2=100$ и т. д.

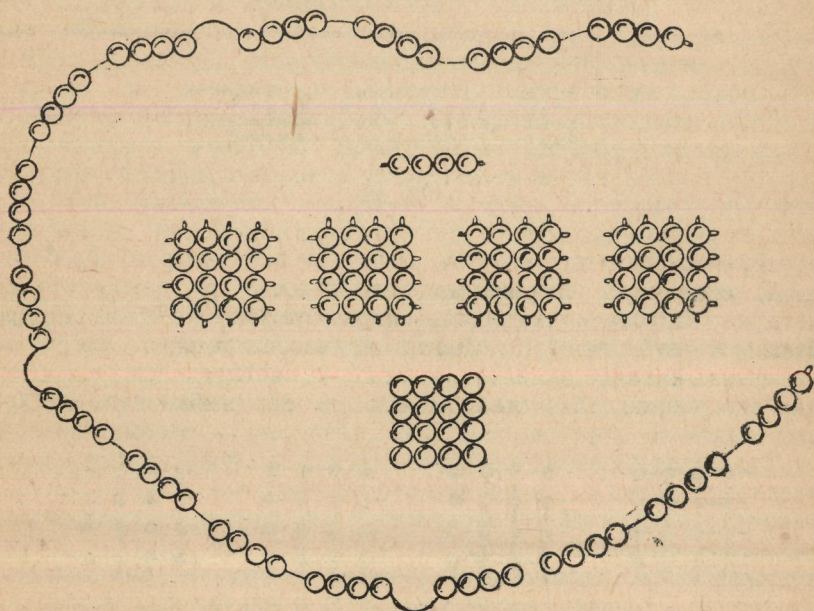


Рис. 13.

Кроме *квадратов*, в материале разбираются также и *кубы* чисел, и для этого имеются соответственные предметы: 1) цепи, состоящие из отдельных цепочек, заключающих в себе столько бус, сколько их должно быть в ребре данного куба (так: для куба 2-х — цепь включает в себе четыре цепочки, по две бусы каждая, для куба 4-х — шестнадцать цепочек, по четыре бусы каждая, для куба 10-ти — сто цепочек, по десять бус каждая и т. д.).

Эти цепи составлены таким образом, что их можно сгибать в квадраты данного числа; так, например, в цепи для куба 4-х каждые четыре отдельные цепочки отделяются от следующих четырех подвижными сгибающимися петельками (рис. 13) и если

мы сложим ее на столе, сгибая четыре раза, то получатся четыре квадрата (рис. 14); в цепи для куба, положим 7, каждые семь отдельных цепочек отделяются от следующих семи так, что если мы сложим ее на столе, сгибая семь раз, то получатся семь квадратов; 2) отдельные квадраты соответственно каждому числу в количестве данного числа (для 2-х — два квадрата, для 3-х — три; для 4-х — четыре (рис. 15) и т. д. до 10; 3) и, наконец, настоящий куб из бус, сделанный из соединенных квадратов, соответственно данному числу.

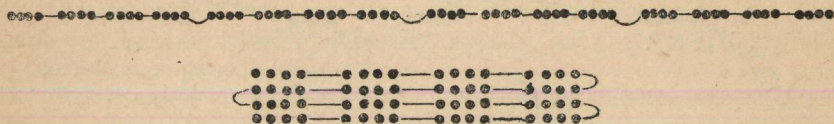


Рис. 14.

Предположим, что ребенок разбирает куб четырех. Он берет цепь, состоящую из шестнадцати цепочек по четыре бусы; четыре квадрата, у которых каждая сторона содержит четыре бусы, и куб из бус. Считая бусы разложенной на столе цепи, он находит их 64; считая бусы четырех квадратов, он находит их по 16 в каждом и всего 64; сгибая цепь четыре

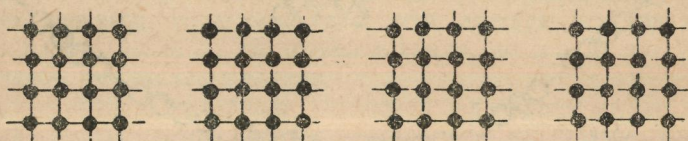


Рис. 15.

раза, он получает четыре квадрата, тождественные четырем отдельным квадратам, следовательно, 64 бусы; накладывая четыре отдельные квадрата один на другой, он получает куб, тождественный целому куб, у которого ребро состоит из четырех бус; следовательно, и в нем тоже 64 бусы. Таким образом он видит, что количество бус во всех сериях данного материала одинаково, т. е. четыре раза квадрат четырех (64). Ребенок может записать: $4 \times 4 \times 4 = 4^2 \cdot 4 = 4^3$.

Изучая куб, ребенок видит, что он имеет ребро из 4 бус; помножая четыре раза квадрат (16 бус), он получает куб (64 бусы). У куба шесть квадратов. Помножая поверхность

одного квадрата на число единиц, находящихся в ребре, он получает объем куба: $4^2 \times 4$.

При помощи этого материала ребенок может получить первое представление о действиях, необходимых при вычислении поверхностей и объемов.

«Но и с этим материалом мы не должны обучать старательно ребенка, — говорит Монтессори, — мы должны и здесь оставить его свободным упражняться, наблюдать, испытывать и рассуждать, давая возможность созреть его собственным идеям в работе с подвижными и привлекательными предметами».

«Мало-по-малу, — говорит она дальше, — мы увидим грифельные доски и тетради, заполненные вычислениями квадратов и кубов чисел, уже независимо от серии предметов материала. Они прилагают и тогда свои знания к практике и начинают вычислять поверхности и объемы различных окружающих их предметов: столов, ящиков, предметов материала и проч.

При вычислении квадратов и кубов ребенок с легкостью замечает, что при умножении на десять достаточно к числу прибавить еще один нуль: $1 \times 10 = 10$; $10 \times 10 = 100$; $100 \times 10 = 1000$ и т. д. Этот вывод он делал и раньше из других упражнений или же наблюдая работу товарищей.

Таким образом некоторые основные знания, при обычных методах преподавания, требующие специального объяснения со стороны учителя и часто усваиваемые с трудом, приобретаются при нашем методе с легкостью, без принуждения, самостоятельно и с удовольствием.

Сравнивая квадраты из бус, он видит, в какой правильной прогрессии возрастают их поверхности (от 2-х до 100), сравнивая кубы, он видит, что прогрессия возрастает от 2-х до 1000. Эти наблюдения являются хорошей подготовкой к дальнейшему изучению математики в старших классах школы.

Дети часто строят «башенку» из кубов, приготовленных из бус, подобно тому, как они строили ее раньше из деревянных розовых кубов ¹⁾. Своим красивым видом (она как будто построена из драгоценностей) она действует на эстетическое чувство ребенка и содержит глубокий смысл: когда ребенок строил башню из деревянных кубов, он знакомился с объемами чисто чувственным путем, кубы же башни из бус изучены ребенком во всех подробностях и дают глубокие познания количеств в их взаимоотношении.

К сожалению, у меня не было и нет еще пока этого материала; заказать его стоило слишком дорого, да и в продаже у нас нет

¹⁾ См. Монтессори: Дом ребенка.

таких бус, из каких он сделан у Монтессори, а сделать самой, как сделала я цепи «ста» и тысячи (из бус), а также отдельные цепочки единиц и десятков (из деревянных шариков), было не в моих силах из-за недостатка материала и специального умения. Но некоторый подход к подобного рода упражнениям был и у некоторых наших детей.

Однажды одна семилетняя девочка (10 октября 1923 г.) взяла корзиночку с кубиками (каждый кубик в 1 сантиметр) для каких-то арифметических упражнений. Недалеко от столика, за которым работала девочка, на коврике стояла башня из розовых кубов, построенная кем-то из малышей. Девочка, проходя мимо, взяла с башни самый маленький кубик (1 сант.) и сравнила его с одним из своих кубиков: «Они одинаковые», сказала она. Я предложила ей построить второй куб по величине (2 сантиметра в ребре), и девочка, построивши его, сосчитала кубики, в него входящие (8 кубиков по 1 сантиметру). Это увлекло девочку, и она принялась строить куб за кубом, считая кубики, в них входящие. Так дошла она до пятого куба (5 сантиметров в ребре) включительно. На следующий день, когда девочка вновь принялась за эту работу, я предложила ей построить сначала квадраты (поверхности кубов). Девочка согласилась и увлеклась этой, более легкой работой. Она строила квадраты, прикладывая к ним всякий раз поверхности соответственных кубов для проверки, смешивала их и строила вновь. На третий день после нескольких повторных упражнений в ее тетрадке появилась запись: «Площадь квадрата» (это слово сказала девочке я на ее вопрос, как назвать поверхность куба) первого кубика — 1 см, второго — 2, третьего — 3 см, четвертого — 4 см, пятого — 5 см, шестого — 6 см, седьмого — 7 см, восьмого — 8 см, девятого — 9 см, десятого — 10 см.

После этого девочка принялась вновь за постройку кубов из маленьких кубиков. Она терпеливо и настойчиво вела свою работу, неустанно сосчитывая кубики. К сожалению, для того, чтобы довести работу до конца, ей приходилось разрушать начало для продолжения, и окончить ее она все же не могла, так как кубиков у нас было всего 500, и она могла дойти только до восьмого кубика. В тетрадке у нее появилась запись: «В первом кубе — 1 кубик в 1 см; во втором — 8 кубиков; в третьем — 27; в четвертом — 64; в пятом — 125; в шестом — 216; в седьмом — 343». Для восьмого у нее не хватило двенадцати кубиков, но она все же написала: «В восьмом — 512».

Восьмилетний мальчик (20 октября 1923 г.), заинтересовавшись работой девочки, принялся за ту же работу. Этот мальчик считал уже очень хорошо, знал таблицу умножения,

делал сложение и вычитание многозначных чисел, умел делать умножение и деление на двухзначное число, до которого он добрался самостоятельно (см. стр. 10). Сложивши квадраты площадей всех десяти кубов и повторивши эту работу два раза, он сказал мне: «Не нужно считать все кубики, а только эти и эти (он указал на две стороны квадрата) и перемножить», и он стал записывать так: «1 к (куб) — 1 см; 2 — 4 см; 3 — 9 см; 4 — 16 см; 5 — 25 см; 6 — 36 см; 7 — 49 см; 8 — 64 см; 9 — 81 см; 10 — 100 см.

Это ему очень понравилось, и он принялся высчитывать также и поверхности призм широкой лестницы. (Самая тонкая призма этой серии предметов имеет в длину 20 см и в толщину — 1 см, вторая — 20 см на 2 см, третья — 20 см на 3 см и т. д. до самой толстой — 20 см на 10 см.) Построивши площадь самой тонкой (20 см) и второй (40 см) из кубиков в 1 см, он вдруг радостно воскликнул: «Я знаю, как сделать это скорее!» вскочил, принес сантиметровую линейку и стал мерить длину и ширину площади каждой призмы. В результате в тетрадке у него появилась запись: «1 призма — $20 \times 1 = 20$ см; 2-я — $20 \times 2 = 40$ см, 3-я — $20 \times 3 = 60$ см; 4-я — $20 \times 4 = 80$ см; 5-я — $20 \times 5 = 100$ см; 6-я — $20 \times 6 = 120$ см; 7-я — $20 \times 7 = 140$ см; 8-я — $20 \times 8 = 160$ см; 9-я — $20 \times 9 = 180$ см; 10-я — $20 \times 10 = 200$ см.

После этого у него появилась новая идея: он чертил то клетчатой бумаге квадраты и прямоугольники и, считая клеточки двух сторон каждой фигуры, перемножал их числа, вычисляя таким образом площади квадратов и прямоугольников. В середине каждой фигуры он записывал результат: « $12 \times 4 = 48$, $27 \times 5 = 135$; $62 \times 20 = 1240$, $12 \times 12 = 144$ » и т. под.

Построивши кубы из маленьких кубиков, как это делала вышеописанная девочка, мальчик, сосчитавши кубики у второго куба (2 см в ребре) — 8 кубиков, задумался и, позвавши меня, спросил: «Это тоже ведь можно сделать как-нибудь скорей?» — «Можно», — ответила я. — «Подождите, — быстро воскликнул мальчик, — я хочу сам придумать». Я отошла.

После некоторого размышления и испытания других построенных им кубиков он позвал меня: «Я знаю, нужно помножить так, так и так», — и он показал три ребра куба.

После этого у него в тетрадке появились следующие записи: 2-й кубик. — $2 \times 2 \times 2 = 8$ см; 3-й — $3 \times 3 \times 3 = 27$ см; 4-й — $4 \times 4 \times 4 = 64$ см.

После этого он бросил строить кубы из маленьких кубиков, а стал также измерять ребра розовых кубов сантиметровой линейкой и писать дальше:

5-й кубик $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ см; 6-й $= 6 \times 6 \times 6 = 216$ см; 7-й $= 7 \times 7 \times 7 = 343$ см; 8-й $= 8 \times 8 \times 8 = 512$ см; 9-й $= 9 \times 9 \times 9 = 729$ см; 10-й $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ см.

Я показала ему, что вместо 2×2 можно писать 2^2 , а вместо $2 \times 2 \times 2 = 2^3$, и что читается это «два в квадрате» и «два в кубе», и он сделал новую запись: $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$ и т. д. до $10^2 = 100$ и также $2^3 = 8$; $3^3 = 27$, $4^3 = 64$ и т. д. до $10^3 = 1000$.

И он стал возводить в квадрат и в куб различные числа и писал свои вычисления на доске и в тетрадке: $11^2 = 121$; $11^3 = 1331$; $15^2 = 225$; $15^3 = 3375$ и т. п. И этот мальчик, восьми с половиной лет, ушедший от нас в школу в класс А (в класс В его не приняли, хотя он блистательно выдержал экзамен), должен был целый год сидеть над действиями в пределах 20! Он с грустью показывал мне свои тетрадки и говорил: «Скучно в школе, возьмите меня опять сюда».

Девочка, которой принадлежала инициатива описанных работ, с интересом следила за действиями мальчика, но сама за них не принималась: ей было еще это не под силу; активно же она сосредоточила свое внимание на построении квадратов из маленьких кубиков. Дойдя до квадрата 10×10 , она построила квадраты 11×11 , 12×12 и т. д. до 20×20 , пересчитывая тщательно кубики каждого квадрата. Она записывала: $11 \times 11 = 121$; $12 \times 12 = 144$ и т. д. Из этого она сделала вывод: «У этого квадрата одиннадцать рядов по одиннадцати кубиков, а у этого двенадцать по двенадцати» и т. д. Потом она, подражая мальчику, стала строить из кубиков прямоугольники: 2×3 ; 2×4 ; 2×5 и т. д. Построивши рядом квадрат 3×3 и прямоугольник 3×4 , она заметила разницу и сказала мне: «У квадрата нужно, чтобы было одинаковое число кубиков и в ширину и в длину, а в прямоугольнике в ширину меньше, а в длину больше».

Все эти математические истины были сделаны этими детьми самопроизвольно из свободных повторных самостоятельных и длительных упражнений без вмешательства руководительницы. Дети прибегали только за советом или для того, чтобы поделиться мыслью, выработанной ими самостоятельно своей работой с материалом. Достаточно было материала, даже такого несовершенного в этом случае, какой был у нас, и легкого толчка, намек на упражнение, какой я дала девочке, как продолжение ее самостоятельной идеи («кубики одинаковы»), чтобы вспыхнула такая большая интеллектуальная работа в умах таких маленьких детей, как эти девочка и мальчик.

Мы не знаем, на что способны наши дети; и если только дать им свободу, о которой говорит Монтессори, свободу интеллектуальной работы, а не вести их на поводу в виде однообраз-

ного урока всем, столь разным детям, мы увидим такие умственные вспышки, о которых мы и не воображали. Мы даем возможность сильным идти все вперед и вперед, слабым спокойно сосредотачиваться и задерживаться на предметах, для них трудных, столько времени, сколько это понадобится для их усвоения; даем возможность слабым наблюдать спокойно работу сильных и спрашивать их совета, а не тянуться и отставать, как это бывает в обычной школе; поддерживаем стремление сильных указать, объяснить, вообще помочь более слабым, что так естественно и сильно живет в каждом ребенке и убивается в обычной школе.

Несколько других, более старших детей (шести, семи лет), наблюдая работу только что описанных двоих детей, принимались за подобные же упражнения, и каждый совершал их по своим силам и возможностям: одни просто строили квадраты и кубы из маленьких кубиков, сравнивая их с оригиналами, другие строили и считали кубики в каждом построенном квадрате или кубе. Один шестилетний мальчик перечерчивал в тетрадку каждый построенный им квадрат: он обчерчивал красным карандашом один кубик за другим, затем сосчитывал начерченные им квадратики и рядом писал их число: 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 и 100.

Деление.

Материал, предназначенный для усвоения таблицы умножения (квадратный картон с углублениями и коробочка с бусами и цифрами), может быть утилизирован также и для деления.

Практически этот материал мало применялся в моей личной практике потому, что было мало детей более старшего возраста, но все же один восьмилетний мальчик, описанный в предыдущей главе, упражнялся на нем с очень хорошими результатами.

Постараюсь описать самый ход упражнений. Ребенок берет любое число бус, положим 18. К таблице (картону) деления прилагаются также листки, аналогичные листкам для умножения. Делим 18 на 2. На таблицу с левой стороны кладем карточку с цифрой 2 (делитель). Затем предлагаем ребенку класть по две бусы (соответственно делителю) в вертикальном ряде под одним, затем еще две под двумя и так далее, до тех пор, пока не улягутся все восемнадцать бус; последние две бусы легли в вертикальном ряде под девятью. Следовательно, $18 : 2 = 9$.

На листке против делимого и делителя ребенок пишет частное 9. Затем ребенок снимает бусы и кладет их обратно в коробочку. Руководительница предлагает ему делить 18 на 3. Карточку с цифрой 2 заменяем карточкой с цифрой 3 (делитель). Ребенок

кладет в вертикальных рядах по три бусы (соответственно делителю): под 1, под 2-мя и т. д.; последние три бусы ложатся под 6-ю. Это и есть частное от деления 18 на 3. На листке против $18:3$ ребенок пишет частное 6.

Снимаем карточку с цифрой 3 и кладем карточку с цифрой 4. Теперь нужно делить 18 на 4. Ребенок кладет в вертикальных рядах по 4 бусы: под 1, под 2-мя, под 3-мя, под 4-мя; под пятью не хватает двух бус для заполнения ряда; следовательно, частное будет 4 и 2 бусы в пятом ряду показывают остаток.

Деление.	Остаток.
$18:2=9$	
$18:3=6$	
$18:4=4$	2
$18:5=3$	3
$18:6=3$	
$18:7=2$	4
$18:8=2$	2
$18:9=2$	
$18:10=1$	8

Рис. 16.

При делении 18 на 5 бусы укладываются по пяти в трех рядах (под 1, 2, 3), для четвертого ряда остается их только 3; следовательно, от деления 18 на 5 получается частное 3 и в остатке 3.

При делении 18 на 6 бусы укладываются в трех рядах (1, 2, 3). Следовательно, 3 есть частное от деления 18 на 6 ($18:6=3$).

При делении 18 на 7 бусы укладываются в двух рядах по 7, в третьем ряду их только четыре. Частное от деления 18 на 7 будет 2 и в остатке 4.

От деления 18 на 8 бусы укладываются по восьми в двух рядах (частное — 2) и в третьем ряду 2 оставшиеся бусы показывают остаток.

От деления 18 на 9 бусы ложатся по 9 в двух рядах: частное 2 ($18:9=2$).

Деля 18 на 10, мы получаем один ряд в десять бус и во втором ряду восемь бус (частное 1 и остаток 8).

Результаты от каждого деления 18 на каждое число от 2-х до 10-ти ребенок вписывает в прилагаемый листок (рис. 16).

Понявши ход упражнения, ребенок начинает работать самостоятельно и может делить любое двухзначное число на однозначное и на 10.

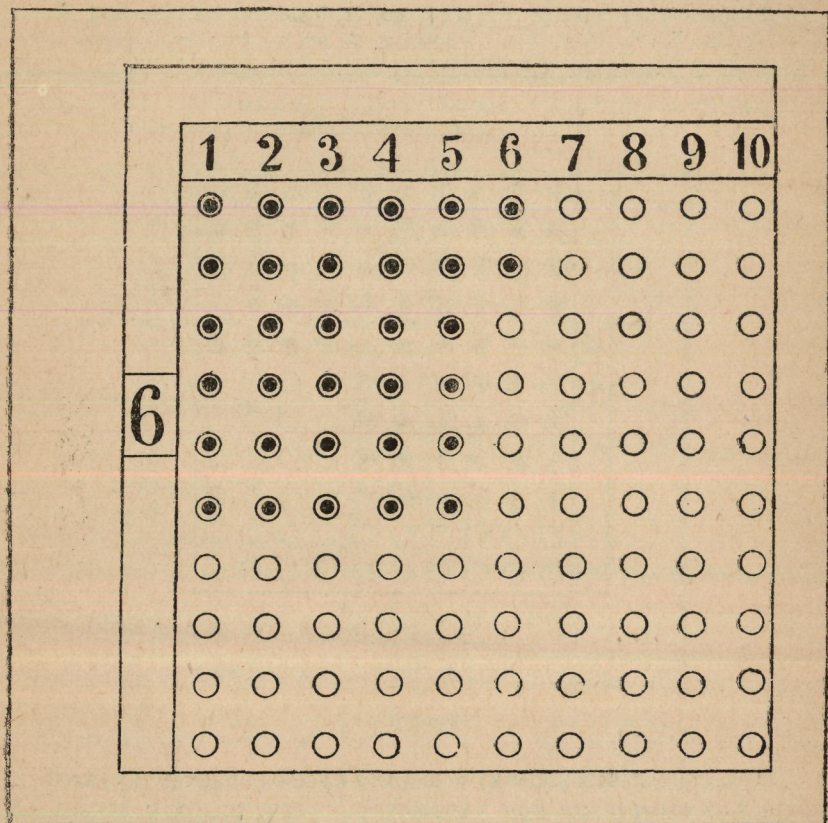


Рис. 17.

Положим, что ребенок хочет разделить 32 на 6. Он кладет слева карточку с цифрой 6, вынимает из коробочки 32 бусы и раскладывает их, как было уже описано: в вертикальном ряде под 1 он кладет 6 бус, во втором вертикальном ряде под 2 тоже 6 бус, в третьем, под 3-мя — 6 бус, тоже в четвертом, под 4-мя и в пятом под 5-ю по шести бус, и того тридцать бус; оставшиеся

две бусы он кладет в шестом ряду под 6. Целыми числами 32 бусы уложились пять раз; следовательно, 6 заключается в 32 пять раз; это 5 и есть частное, а 2 — остаток (рис. 17).

Если приходится разделить число, у которого от деления на однозначное число будет больше десяти, поступаем следующим образом: допустим, что ребенок хочет разделить 63 на 4.

Он кладет по четыре бусы в вертикальных рядах под 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Уложилось всего 40 бус. Бусы еще остались, а рядов не хватает.

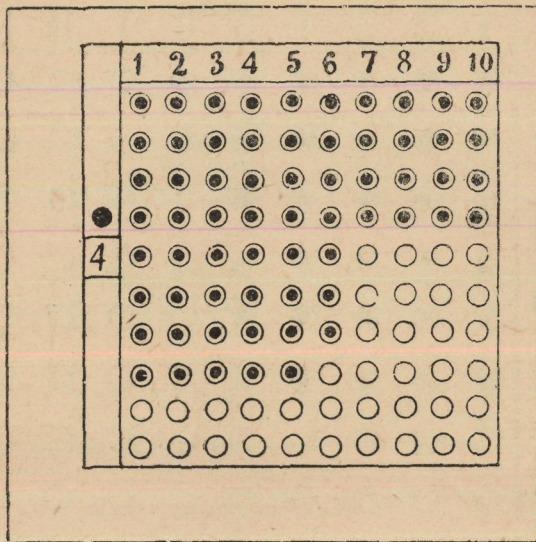


Рис. 18.

Тогда предлагают ребенку положить красный значок (кружочек), который он употреблял при умножении, слева, рядом с последней (четвертой) бусой, в первом вертикальном ряду и раскладывать оставшиеся 23 бусы в вертикальных рядах под 1, 2 и т. д. по 4. Двадцать бус укладываются в пяти нижних рядах, в шестом только 3 бусы (остаток). В верхнем ряду по 4 бусы — 10 рядов и в нижнем — пять, и того 15. Следовательно, частное от деления 63 на 4 будет 15, а 3 остаток (рис. 18).

Для деления многозначного числа на многозначное Монтессори дает детям несколько таких картонов и сложную серию бус (для единиц, для десятков и для сотен).

Работа с этим материалом, легкая и интересная на практике, очень трудна для ясного описания. Мы не имели возможности проверить его в работе с детьми, так как, во-первых, мы его не имели и, во-вторых, у нас не было еще детей старших, способных производить деление многозначных чисел.

Мальчик, понявший упражнение в делении двухзначного числа на однозначное на описанном материале, упражнялся некоторое время совершенно самостоятельно, выписывая на листочки результаты делений. «Теперь я это знаю» — сказал он мне однажды (23 мая 1923 г.), — я буду просто писать деления в тетради». И в его тетрадке ¹⁾ появились следующие столбцы делений:

1) 4:2=2	2) 6:3=2	3) 8:4=2
6:2=3	9:3=3	12:4=3
8:2=4	12:3=4	16:4=4
10:2=5	15:3=5	20:4=5
12:2=6	18:3=6	24:4=6
14:2=7	21:3=7	28:4=7
16:2=8	24:3=8	32:4=8
18:2=9	27:3=9	36:4=9
20:2=10	30:3=10	40:4=10
22:2=11	33:3=11	44:4=11
4) 10:5=2	5) 12:6=2	6) 14:7=2
15:5=3	18:6=3	21:7=3
20:5=4	24:6=4	28:7=4
25:5=5	30:6=5	35:7=5
30:5=6	36:6=6	42:7=6
35:5=7	42:6=7	49:7=7
40:5=8	48:6=8	56:7=8
45:5=9	54:6=9	63:7=9
50:5=10	60:6=10	70:7=10
55:5=11	66:6=11	77:7=11
7) 16:8=2	8) 18:9=2	9) 20:10=2
24:8=3	27:9=3	30:10=3
32:8=4	36:9=4	40:10=4
40:8=5	45:9=5	50:10=5
48:8=6	54:9=6	60:10=6
56:8=7	63:9=7	70:10=7
64:8=8	72:9=8	80:10=8
72:8=9	81:9=9	90:10=9
80:8=10	90:9=10	100:10=10
88:8=11	99:9=11	110:10=11.

¹⁾ Очень сожалею, что не могу привести подлинные страницы его тетрадки с красиво и четко написанными числами.

«Знаете, как я это делаю?—сказал мне мальчик,—это очень легко, нужно только хорошо знать таблицу умножения (а он знал ее прекрасно). Вот (он указал мне в третьем столбце на число 28), четырежды семь будет двадцать восемь, значит, если разделить 28 на 4, то будет 7, а если его разделить на 7 (он указал на 28 в шестом столбце), то будет 4; и так можно разделить всякое число».

Мальчик сам пришел к пониманию связи между умножением и делением.

Он был увлечен этой работой и отдавался ей со страстью в течение долгого времени.

У него появились и более сложные деления (на двузначные числа):

1) 22 : 11 = 2	2) 24 : 12 = 2	3) 26 : 13 = 2	4) 28 : 14 = 2
33 : 11 = 3	36 : 12 = 3	39 : 13 = 3	42 : 14 = 3
44 : 11 = 4	48 : 12 = 4	52 : 13 = 4	56 : 14 = 4
55 : 11 = 5	60 : 12 = 5	65 : 13 = 5	70 : 14 = 5
66 : 11 = 6	72 : 12 = 6	78 : 13 = 6	84 : 14 = 6
77 : 11 = 7	84 : 12 = 7	91 : 13 = 7	98 : 14 = 7
88 : 11 = 8	96 : 12 = 8	104 : 13 = 8	112 : 14 = 8
99 : 11 = 9	108 : 12 = 9	117 : 13 = 9	126 : 14 = 9
111 : 11 = 10	120 : 12 = 10	130 : 13 = 10	140 : 14 = 10
121 : 11 = 11		143 : 13 = 11	

5) 30 : 15 = 2	6) 32 : 16 = 2	7) 34 : 17 = 2
45 : 15 = 3	48 : 16 = 3	51 : 17 = 3
60 : 15 = 4	64 : 16 = 4	68 : 17 = 4
75 : 15 = 5	80 : 16 = 5	85 : 17 = 5
90 : 15 = 6	96 : 16 = 6	102 : 17 = 6
105 : 15 = 7	112 : 16 = 7	119 : 17 = 7
120 : 15 = 8	128 : 16 = 8	136 : 17 = 8
135 : 15 = 9	144 : 16 = 9	153 : 17 = 9
150 : 15 = 10	160 : 16 = 10	170 : 17 = 10

Потом он стал делить разные числа на однозначные и двузначные, и у него получались деления с остатками. Он записывал:

34 : 12 = 2	и ост.	10
56 : 12 = 4	»	8
89 : 12 = 7	»	5
100 : 12 = 8	»	4
124 : 12 = 10	»	4
135 : 12 = 11	»	3

Конечно, этот мальчик был исключительно способный, и свободное пользование материалом дало ему возможность приложить свои способности к высокой интеллектуальной творческой работе, вполне доступной для него в его, еще таком маленьком возрасте. Другие дети придут к этому не в восемь с половиной, а в девять, десять, даже в двенадцать лет; все равно, когда придут, но придут самостоятельно, и приобретенное знание будет твердым и непоколебимым, как твердо все добытое собственным трудом, а не полученное из чужих рук. Подобная самостоятельная работа, влекущая ребенка все вперед и вперед, к преодолению трудностей, к точным и часто кропотливым изысканиям, к честности выполнения — не есть ли лучший путь к выработке твердого и постоянного характера, необходимого для истинной трудовой жизни.

Сложение и вычитание многозначных чисел.

Работая на счетах с нумерацией, дети сами подходят к сложению и вычитанию чисел со многими цифрами. Об этом я уже упоминала выше. Стоит только упорядочить ход действия и научить ребенка записывать свои вычисления, и он начнет упражняться самостоятельно.

Сложение. Допустим, что нам нужно сложить два числа: 125 и 243. Ребенку говорят, что для сложения удобнее передвигать бусы на счетах, начиная с единиц. Откладываем сначала число 125. Передвигаем налево пять зеленых шариков на первой проволоке (единицы), два синих на второй (десятки) и один красный (сотни). Затем делаем то же самое и с числом 243, т. - е. передвигаем налево 3 зеленых шарика, четыре синих и два красных. Прочитываем полученное число: 368 и показываем ребенку, как надо записать совершенное действие:

$$\begin{array}{r} + 125 \\ 243 \\ \hline 368 \end{array}$$

Пока передвигаемые бусы не превышают десяти, — дело чрезвычайно просто, и ребенок заполняет листки и страницы тетрадей множеством сложений.

Но как только число складываемых шариков превышает десять, ребенок наталкивается на затруднение и обращается с вопросом к руководителю.

Предположим, что ребенок намеревается сложить такие числа:

$$\begin{array}{r} + 391 \\ 482 \\ \hline \end{array}$$

В нашей практике, которая, впрочем, еще была лишь с немногими детьми, дошедшими до этого рода действий, обычно ребенок раньше записывал складываемые числа, а затем уже производил действие на счетах.

Числа 391 и 482 записаны. Начинаем действие: в ряду единиц передвигаем один зеленый шарик, в ряду десятков—девять синих, в ряду сотен—три зеленых (391). Затем передвигаем два зеленых шарика (единицы числа 482); у нас получается в ряду единиц три шарика. Теперь нам нужно передвинуть справа налево восемь синих шариков (десятки), но у нас их всего один (справа). Передвигаем этот один налево и получаем десять синих шариков, следовательно, одну сотню. Отдвигаем их назад направо и заменяем их в ряду сотен одним красным шариком (одна сотня). В ряду же десятков передвигаем справа налево семь шариков (семь десятков), так как один десяток (шарик) мы уже передвинули. Затем переходим к сотням и в ряду сотен передвигаем налево четыре красных шарика (от числа 482). Таким образом получаем восемь красных шариков на третьей проволоке (сотых), семь синих на второй (десятки) и три зеленых на первой (единицы), т.е. число 873, и ребенок записывает результат:

$$\begin{array}{r} + 391 \\ 482 \\ \hline 873 \end{array}$$

Возьмем еще пример:

$$\begin{array}{r} + 2562 \\ 3709 \\ \hline \end{array}$$

Откладываем на счетах первое число, начиная с единиц. На первой проволоке отдвигаем справа налево два зеленых шарика (единицы), на второй шесть синих (десятки), на третьей пять красных (сотни) и на четвертой, отстоящей на большем расстоянии, два зеленых (единицы тысяч).

Прибавляем к отложенному числу (2562) новое число (3709), начиная с единиц. Нам нужно передвинуть девять шариков (единиц) на первой проволоке, но у нас их всего восемь; передвигаем эти восемь и получаем десять зеленых шариков, отдвигаем их назад (направо) и заменяем одним синим шариком на второй проволоке (одним десятком), в ряду же единиц (на первой проволоке) передвигаем один шарик (одну единицу), так как восемь мы уже передвинули. В числе 3709 на месте десятков стоит 0; следовательно, на второй проволоке (в ряду десятков) не передвигаем ни одного шарика.

Переходим к сотням: на проволоке сотен (третьей) передвинуть налево пять красных шариков. К ним надо прибавить еще семь шариков, но у нас их направо только пять. Передвигаем эти пять и получаем десять красных шариков — десять сотен, или одну тысячу. Отдвигаем их назад, направо и на четвертой проволоке передвигаем налево один зеленый шарик (одну тысячу). Переходим к тысячам, т.-е. в ряду тысяч (на четвертой проволоке) передвигаем три шарика налево.

На счетах у нас находятся налево: в ряду тысяч — шесть шариков, в ряду сотен — два, в ряду десятков — семь и в ряду единиц — один, т.-е. число 6271.

Ребенок записывает результат:

$$\begin{array}{r} + 2562 \\ 3709 \\ \hline 6271 \end{array}$$

Поняв и усвоив ход действия сложения чисел со многими цифрами, дети начинают упражняться самостоятельно и заполняют страницы своих тетрадок многочисленными примерами сложений. Они уже не довольствуются сложениями двух чисел, а берут три, четыре и больше.

И здесь, как и во всех других упражнениях с дидактическим материалом Монтессори, мы можем наблюдать различные индивидуальности детей.

Одни выдумывают сами числа для сложений, другие просят руководительницу дать им эти числа; и тогда руководительница пишет их на классной доске, а дети списывают их в свои тетрадки и затем производят действия на счетах. Заполнивши полстраницы, страницу или больше (это зависит от желания и усидчивости ребенка), ребенок приносит руководительнице тетрадку для проверки произведенной им работы. Руководительница, если находит ошибки, не исправляет их непосредственно, но подчеркивает и предлагает ему проверить самому. Ребенок возвращается к счетам и переделывает работу, с ошибкой, заново, иногда даже по два и по три раза. Если он затрудняется и просит помощи, руководительница помогает ему, производя работу совместно с ребенком.

Некоторые дети не довольствуются уже маленькими счетами, на которых можно производить сложения до ста тысяч; они пишут у себя в тетрадках числа для сложения с пятью, шестью, семью знаками, и у них не хватает проволок с шариками для сотен тысяч и для миллионов. Тогда им можно дать большие

счета (до ста миллионов), и дети увлекаются сложением многих больших чисел.

Вычитание. Счеты могут служить также и для вычитания. Нужно, например, произвести такое действие:

$$\begin{array}{r} 7956 \\ - 3824 \\ \hline \end{array}$$

Откладываем на счетах первое число, т.-е. в ряду тысяч семь зеленых шариков, в ряду сотен девять красных, в ряду десятков пять синих и в ряду единиц шесть зеленых, затем отнимаем от него число 3824, т.-е. отодвигаем назад (направо) четыре зеленых шарика в ряду единиц, и у нас останется два зеленых шарика; два красных в ряду сотен, и у нас останется три красных; восемь синих в ряду десятков, и у нас останется один синий; и три в ряду тысяч, и у нас останется четыре зеленых. Читаем полученное число на счетах — 4132, которое и показывает разность двух чисел: 7956 и 3824.

В более трудных случаях, когда количество единиц какого-нибудь класса вычитаемого превышает количество единиц того же класса уменьшаемого (напр. 2563 — 1282) поступаем следующим образом: нам нужно вычесть

$$\begin{array}{r} 8954 \\ - 7593 \\ \hline \end{array}$$

Откладываем на счетах число 8954 и начинаем отодвигать шарики направо, как было уже описано выше.

От четырех зеленых шариков единиц (на первой проволоке) отодвигаем один шарик, теперь нам нужно отодвинуть девять синих шариков в ряду десятков, но у нас их всего пять. Мы отодвигаем эти пять, и нам не хватает еще четырех.

Тогда мы отодвигаем один зеленый шарик направо в ряду сотен (красных шариков было девять, остается восемь), и все десять синих шариков в ряду десятков передвигаем обратно налево. Пять синих шариков мы уже взяли; теперь от десяти мы отсчитываем шарики до девяти ко взятым раньше пяти, т.-е. отодвигаем направо еще четыре синих шарика.

В ряду сотен осталось восемь красных шариков, отодвигаем пять, у нас остается три; в ряду тысяч от восьми зеленых отодвигаем семь, остается один.

Читаем на счетах число оставшихся шариков соответственно классам и рядам; получается 1361, что и представляет разность между числами 8.954 и 7.593.

Возьмем еще пару чисел так, чтобы в вычитаемом был нуль, например:

$$\begin{array}{r} 7.056 \\ - 2.934 \\ \hline \end{array}$$

Откладываем на счетах первое число 7.056: шесть зеленых шариков в ряду единиц, пять синих в ряду десятков; сотен нет; семь зеленых шариков в ряду тысяч.

Отодвигаем четыре зеленых шарика в ряду единиц, остается два шарика, в ряду десятков шариков нет, отодвигаем направо в ряду сотен один красный шарик; шариков было пять, остается четыре; в ряду же десятков этот один красный шарик заменяем десятью синими шариками (десятками), отодвигая весь ряд налево, и от них отнимаем (отодвигаем налево) три синих шарика, остается семь синих.

Переходим к сотням: у нас теперь в ряду сотен четыре красных шарика, а нам нужно отнять девять; занимаем одну тысячу, т.-е. отодвигаем направо один зеленый шарик от семи в ряду тысяч; отодвигаем имеющиеся четыре красных шарика в ряду сотен направо и возвращаем весь ряд (все десять красных шариков) обратно налево; от этих десяти отсчитываем шарики до девяти, т.-е. пять; остается пять красных шариков (сотен) и наконец, от шести зеленых шариков тысяч отнимаем два шарика, остается четыре. Полученное число 4.572—есть разность между числами 7.506 и 2.934.

Все свои вычисления дети записывают в тетрадках. Работая длительно на счетах, производя большое количество сложений и вычитаний многозначных чисел, дети, один скорее, другой медленнее, придут к ясному пониманию хода действий; и мы увидим, как они начнут работать, не прибегая к помощи счетов и производя свои вычисления письменно уже чисто отвлеченно.

Умножение.

Для ребенка, проделывавшего много раз упражнения с таблицей умножения и знающего таблицу наизусть, умножение многозначного числа на однозначное очень легко.

Это умножение можно также проделать на счетах.

Положим, что нам надо умножить число 246 на 3. Разлагая число на составные его части, мы имеем 2 сотни, 4 десятка и 6 единиц (246×3).

Начнем умножать с единиц: 6×3 .

Ребенок должен отложить на счетах в ряду единиц три раза по шести. Он отодвигает налево шесть зеленых шариков, отодви-

гает еще четыре оставшиеся, и у него все же их не хватает; тогда он возвращает назад весь ряд и в ряду десятков отодвигает один синий шарик налево, т.-е. десять. В этих десяти, следовательно, заключается один раз шесть шариков (6 единиц) и еще четыре шарика (4 единицы). В ряду единиц ребенок отодвигает налево два шарика, недостающие до шести, и передвигает еще раз шесть шариков. Теперь в ряду единиц всего восемь шариков.

Теперь надо взять четыре десятка три раза (4×3). В ряду десятков ребенок передвигает налево один раз четыре синих шарика, затем второй раз четыре шарика, и для третьего ряда у него остается всего один шарик. Он отодвигает этот один шарик налево и возвращает весь ряд (10 шариков) назад. Затем передвигает налево недостающие до четырех три шарика. В ряду десятков у него три шарика.

Осталось умножить две сотни на 3 (2×3).

Ребенок передвигает в ряду сотен три раза по два шарика, т.-е. шесть.

На счетах у него получилось число 738, что и является произведением чисел 246 и 3.

Ребенка учат записывать данное действие:

$$\begin{array}{r} 246 \\ \times 3 \\ \hline 738. \end{array}$$

При умножении многозначного числа на многозначное поступают следующим образом: предположим, что мы должны помножить 247 на 35.

Для этого мы прежде всего предлагаем ребенку анализировать числа (множимое и множитель), с чем он уже знаком из упражнений с нумерацией (см. табл. С стр. 60).

Процессы анализа чисел имеют для детей очень большое образовательное значение, и чем больше ребенок будет сосредоточивать на них внимание, при повторных упражнениях, тем прочнее будут закладываться в нем ясные представления о сущности действия умножения, тем больше будут укрепляться точные навыки и проявляться спонтальные синтезы и отвлечения.

Ребенка учат записывать производимые им анализы следующим образом:

$$247 \left\{ \begin{array}{l} 7 \text{ единиц.} \\ 4 \text{ десятка.} \\ 2 \text{ сотни.} \end{array} \right. \quad 35 \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ единиц.} \\ 3 \text{ десятка.} \end{array} \right.$$

Затем каждая цифра множимого множится на каждую цифру множителя и это действие записывается так:

$$\begin{array}{l} 7 \text{ ед.} \\ 4 \text{ д.} \\ 2 \text{ с.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \times 5 \text{ ед.} \\ \\ \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} 35 \text{ ед.} \\ 20 \text{ д.} \\ 10 \text{ с.} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 7 \text{ ед.} \\ 4 \text{ д.} \\ 2 \text{ с.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \times 3 \text{ д.} \\ \\ \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} 21 \text{ д.} \\ 12 \text{ с.} \\ 6 \text{ т.} \end{array} \right.$$

Когда таблица анализа написана, ребенок начинает работу на счетах, на которых он передает все действия умножения следующим образом:

$$7 \text{ ед.} \times 5 \text{ ед.} = 35 \text{ ед.}$$

На счетах, следовательно, нужно отложить 35 единиц в ряду единиц. 35 единиц = трем десяткам и пяти единицам: в ряду единиц ребенок передвигает налево пять шариков (зеленых), в ряду десятков три шарика (синих). $4 \text{ д.} \times 5 \text{ ед.} = 20 \text{ д.}$, т.-е. 2 сотни. В ряду сотен ребенок передвигает налево два шарика. $2 \text{ с.} \times 5 \text{ ед.} = 10 \text{ сотен}$, т.-е. 1 тысяча. В ряду тысяч он передвигает налево один шарик.

После этих действий шарик на счетах слева находятся в таком порядке:

- 1-я проволока 5 зеленых шариков.
- 2 » » 3 синих.
- 3 » » 2 красных.
- 4 » » 1 зеленый.

Переходим ко второй половине умножения, т.-е. $(7 \text{ ед.}, 4 \text{ д.} 2 \text{ с.}) \times 3 \text{ д.}$

$7 \text{ ед.} \times 3 \text{ д.} = 21 \text{ десяток}$, т.-е. 2 сотни и 1 десяток. В ряду десятков передвигаем налево один шарик (синий), в ряду сотен два шарика (красных).

$4 \text{ д.} \times 3 \text{ д.} = 12 \text{ сотен}$, т.-е. 1 тысяча и 2 сотни. В ряду сотен передвигаем два шарика (красных) и в ряду тысяч один шарик (зеленый).

$2 \text{ с.} \times 3 \text{ д.} = 6 \text{ тысяч}$. В ряду тысяч передвигаем шесть зеленых шариков.

По окончании второго действия, шарик на счетах слева находятся в следующем порядке:

- 1-я проволока 5 зеленых шариков
- 2 » » 4 синих
- 3 » » 6 красных
- 4 » » 8 зеленых.

Ребенок списывает число 8.645, которое является произведением двух чисел: $247 \times 35 = 8.645$.

При умножении больших чисел надо брать большие счета (рис. 8). Возьмем два числа по три цифры во множимом и во множителе: 356×742 .

Ребенок пишет таблицу анализа:

$$356 = \begin{cases} 6 \text{ единиц} \\ 5 \text{ десятков} \\ 3 \text{ сотни} \end{cases} \quad 742 = \begin{cases} 2 \text{ единицы} \\ 4 \text{ десятка} \\ 7 \text{ сотен.} \end{cases}$$

и все три цифры множимого помножаем на каждую цифру множителя:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} 6 \text{ ед.} \\ 5 \text{ д.} \\ 3 \text{ с.} \end{cases} \times 2 \text{ ед.} = \begin{cases} 12 \text{ единиц} \\ 10 \text{ десятков} \\ 6 \text{ сотен.} \end{cases} \\ 2) \quad & \begin{cases} 6 \text{ ед.} \\ 5 \text{ д.} \\ 3 \text{ с.} \end{cases} \times 4 \text{ д.} = \begin{cases} 24 \text{ десятка} \\ 20 \text{ сотен.} \\ 12 \text{ тысяч.} \end{cases} \\ 3) \quad & \begin{cases} 6 \text{ ед.} \\ 5 \text{ д.} \\ 3 \text{ с.} \end{cases} \times 7 \text{ с.} = \begin{cases} 42 \text{ сотни} \\ 35 \text{ тысяч} \\ 21 \text{ десятков тысяч.} \end{cases} \end{aligned}$$

Начинается работа на счетах. Ребенок передвигает шарики соответственно первому столбцу умножения: $6 \text{ ед.} \times 2 \text{ ед.} = 12 \text{ единиц}$, или 1 десяток и 2 единицы.

В ряду единиц ребенок передвигает налево 2 шарика, в ряду десятков 1 шарик. $5 \text{ д.} \times 2 \text{ ед.} = 10 \text{ десятков}$ или 1 сотня.

Ребенок передвигает в ряду сотен 1 шарик. $3 \text{ с.} \times 2 \text{ ед.} = 6 \text{ сотен}$. Ребенок передвигает в ряду сотен еще 6 шариков.

В конце этого действия шарики на счетах (слева) распределены следующим образом:

1-я проволока	2 шарика.
2 »	1 »
3 »	7 »

Ребенок переходит ко второму столбцу (помножает все три цифры множимого на цифру десятков множителя):

$6 \text{ ед.} \times 4 \text{ д.} = 24 \text{ десятка}$ или 2 сотни и 4 десятка. В ряду десятков ребенок передвигает 4 шарика, в ряду сотен два шарика.

$5 \text{ д.} \times 4 \text{ д.} = 20 \text{ сотен}$ или 2 тысячи. В ряду тысяч ребенок передвигает 2 шарика.

$3 \text{ с.} \times 4 \text{ д.} = 12 \text{ тысяч}$ или 1 десяток тысяч и 2 тысячи. В ряду тысяч ребенок передвигает два шарика, в ряду десятков тысяч 1 шарик.

Теперь шарики на счетах (слева) распределены следующим образом:

1-я проволока	2 шарика
2 » »	5 »
3 » »	9 »
4 » »	4 »
5 » »	1 »

Ребенок переходит к третьему столбцу (умножает все три цифры множимого на цифру сотен множителя):

6 ед. \times 7 сот. = 42 сотни или 4 тысячи и 2 сотни. В ряду сотен нужно передвинуть справа налево два шарика, но справа есть только один шарик; ребенок передвигает его, и тогда в ряду сотен оказывается десять шариков (десять сотен), что составляет одну тысячу. Эту тысячу (десять шариков) он заменяет в ряду тысяч одним шариком, передвигая его налево; в ряду же сотен передвигает налево один шарик. Затем в ряду тысяч передвигает налево 4 шарика (всего теперь в ряду тысяч 9 шариков).

5 д. \times 7 с. = 35 тысяч или 3 десятка тысяч и 5 тысяч. Ребенок должен передвинуть в ряду тысяч 5 шариков справа налево, но справа остался только один шарик. Он передвигает его налево, и в ряду тысяч оказывается 10 шариков, т. е. 1 десяток тысяч. Отодвигая весь ряд (10 шариков тысяч) обратно (направо), ребенок заменяет его одним шариком в ряду десятков тысяч, а в ряду тысяч передвигает недостающие до пяти четыре шарика. В ряду десятков тысяч он передвигает налево три шарика.

3 с. \times 7 с. = 21 десяток тысяч или 2 сотни тысяч и один десяток тысяч. Ребенок передвигает на пятой проволоке (ряд десятков тысяч) один шарик, а на шестой (сотни тысяч) два шарика.

В конце этого действия на счетах шарики расположены в следующем порядке:

1-я проволока	2 шарика (единицы)
2 » »	5 » (десятки)
3 » »	1 » (сотни)
4 » »	4 » (тысячи)
5 » »	6 » (десятки тысяч)
6 » »	2 » (сотни тысяч).

Списавши это число, ребенок получает результаты умножения:

$$356 \times 742 = 264.152.$$

При описании этот процесс умножения кажется длинным и сложным, на практике же это просто и легко, и подобная работа на счетах очень заинтересовывает детей. Нужно только, чтобы руководитель сам напрактиковался хорошенько в этих действиях.

Можно приобрести на счетах большую ловкость руки и счета, что очень ускоряет умножение, и если работают двое детей над одним и тем же умножением, с хорошей одинаковой подготовкой, — но один на счетах, а другой обычным способом (письменным), то первый делает это вдвое скорее второго: писать цифры нельзя так скоро, как перемещать шарики, которые так легко перебегают по проволоке. Кроме того, шарики можно передвигать не подряд, а скачками, т.-е. не соблюдать порядок рядов (сначала единицы, потом сотни, тысячи, десятки тысяч и т. д.), а можно передвинуть сначала десятки тысяч, а потом тысячи, сначала тысячи, а потом сотни и т. п. Так, например, возьмем момент, когда на счетах шарики расположены в следующем порядке (в конце действия со вторым столбцом):

1-я проволока	2 шарика
2 »	5 »
3 »	9 »
4 »	4 »
5 »	1 шарик,

т.-е. число 14.952 (рис. 22).

Ребенок переходит к действию с третьим столбцом. Ему нужно к числу 14.952 прибавить 6 ед. \times 7 сот., т.-е. 42 сотни или 4 тысячи и 2 сотни. Решительно все равно, как поступить: передвинуть ли сначала два шарика налево в ряду сотен, а потом четыре в ряду тысяч, как это мы делаем в нашем умножении, или наоборот: передвинуть четыре шарика в ряду тысяч, не заботясь о том, что произойдет выше, — в ряду сотен, где нужно прибавить два шарика.

Действительно, прибавляя 4 шарика в ряду тысяч к имеющимся уже там четырем, мы получаем 8 шариков (8 тысяч). Прибавляя два шарика в ряду сотен к имеющимся там девяти, мы получаем один шарик (1 сотню), и один шарик, заменяющий десять шариков в ряду сотен, передвигаем налево в ряду тысяч, т.-е. к имеющимся восьми шарикам (8 тысячам) прибавляем один шарик (1 тысячу) и получаем число 19.152 (см. рис. 19).

Ребенку, вполне постигшему умножение многозначных чисел на счетах, можно показать способ заносить умножения на разлннованные листки. Для этого ему дают листок, разделенный

на две части, и каждый столбец разделен на семь столбцов, соответственно разрядам (миллионы, сотни тысяч, десятки тысяч, тысячи, сотни, десятки единицы). На этот листок ребенок вписывает множимое, анализируя его, но вместо того, чтобы писать рядом слова: единица, десятки, сотни и проч., указывает их значение нулями, вписав их в соответственные места. Рядом с каждым множимым ребенок пишет множителя с соответственным числом нулей.

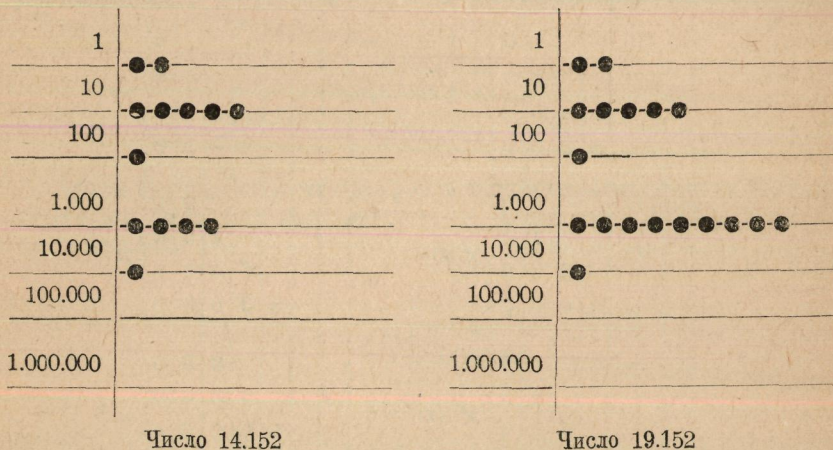


Рис. 19.

Ребенок знает уже, что ноль замещает недостающую цифру в числе и что при умножении числа на множителя с нулями на конце, ко множимому нужно прибавлять столько нулей, сколько их находится во множителе. К этому выводу он приходит опытным путем из многих повторных упражнений с нумерацией и с умножениями на счетах.

Поэтому на второй половине листка ребенок пишет анализированное множимое с приписанными к каждой цифре столькими нулями, сколько их заключается в каждой части анализированного множителя.

Предположим, что ребенок умножает 8640 на 2531. Наверху первой половины листка ребенок пишет (табл. F, а) множимое и под ним множителя. Ниже он пишет анализированное множимое, уравнивая числа нулями (вместо слов) и рядом с ним цифру множителя с соответственным его значению числом нулей (1, 30, 500, 2000). На вторую половину он переносит множимые с приписанными на конце каждого числа столькими нулями,

Умножая третье множимое на 5 и отбрасывая верхние три нуля, ребенок получает:

$$\begin{array}{r} 20.000 \\ 300.000 \\ 4.000.000 \\ \hline 4.320.000 \end{array}$$

Четвертое также по частям (отбрасывая верхние четыре нуля) умножает на 2 и получает:

$$\begin{array}{r} 80.000 \\ 1.200.000 \\ 16.000.000 \\ \hline 17.280.000 \end{array}$$

Затем он подписывает все произведения одно под другим и, складывая их, получает произведение от умножения: $8640 \times 2531 = 21.867.840$.

$$\begin{array}{r} 8.640 \\ 259.200 \\ 4.320.000 \\ 17.280.000 \\ \hline 21.867.840 \end{array}$$

Если теперь предложить ребенку отбросить в каждом слагаемом приписанные нули от множителей, т.-е. у числа 259.200 — один ноль, у числа 4.320.000 — два нуля и у числа 17.280.000 три нуля, то он получит:

$$\begin{array}{r} 8.640 \\ 25.920 \\ 43.200 \\ 14.280 \\ \hline 21.864.840. \end{array}$$

Повторяя описанные упражнения, дети легко постигают механизм умножения, способ и значение подписывания произведений одного под другим, и для них становятся нетрудными умножения больших чисел. «Детям даже очень нравится работать с баснословно большими числами; они самостоятельно выдумывают множимое и множителя с таким множеством цифр, какое никогда бы не пришло в голову руководительнице предложить детям, и выполняют его уже безо всяких вспомогательных средств, но способом, обычно нами употребляемым», говорит Монтессори.

Дроби.

Понятие о дробях и умение действовать с ними дети в школе Монтессори получают на геометрическом материале. Описание этого материала изложено в небольшой книжечке «Геометрия в элементарной школе Монтессори», глава, переведенная мною с итальянского из второй части большой книги Монтессори «Самовоспитание и самообразование в элементарной школе» (*L'autoeducazione nelle scuole elementari*).

Так как дети в школе Монтессори пользуются свободно всеми частями дидактического материала одновременно, то и геометрический материал идет параллельно с арифметическим, и понятия геометрические поддерживают и подкрепляют понятия арифметические и наоборот.

Поэтому я не стану излагать подробно в настоящей моей работе главу о дробях, откладывая ее на недалекое будущее, на изложение упражнений детей с геометрическим материалом Монтессори так, как преломлялся он в нашей практике с русскими детьми.

Но и работая с арифметическим материалом, дети сами без указаний со стороны руководителя подходят к дробям.

Это видели мы уже в упражнениях детей со счетными ящиками, когда они считали колышки парами в нечетном числе, например, — 3 они говорят одна пара с половиной. То же самое происходит и в упражнениях с измерениями, когда у них получается не целое число дециметров, а с дробью: $9\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{4}$ и т. п. Здесь они научаются и записывать половину и четверть.

Дети часто, как мы видели это уже раньше возвращаются к старым упражнениям на материале, для них уже хорошо знакомом и легком. Это случается чаще всего со счетными ящиками. Но кроме, простых повторных упражнений, эти дети усложняют свою с ним работу, вскрывая в этом простом материале новые неожиданные для них открытия.

Так, например, шестилетняя девочка, достигшая уже высокой ступени развития в счете, вернулась к ящикам и работала с ними в продолжение трех дней. На третий день она позвала меня проверить ее. «Спросите меня парами и тройками», сказала она. Подавая мне одну пару, она сказала: «это пара», потом, отделивши один колышек: «а это половина пары». Подавая тройку, она отделила один колышек и сказала: «а это *тре-тушка*». — «Одна треть», сказала я ей.

Отделивши от четверки один колышек, она назвала эту часть верно: «одна четверть». Так подавала она мне из каждого отделения по одному колышку, говоря: «одна пятая, одна шестая,

одна седьмая, одна восьмая, одна девятая». Я говорила ей: «Дай две трети от трех, дай две четверти от четырех, три четверти от четырех, две пятых от пяти, четыре пятых от пяти, три шестые от шести» и проч. Девочка подавала мне колышки верно и потом научилась писать $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$.

Измерения.

Дециметровые палки привлекают детей к измерениям: уже самые маленькие, упражняясь с ними, видят ясно, что есть короткие и длинные палки.

Прикладывая одну к другой, они говорят: «Эта длиннее этой на один; эта короче этой на два» и т. д.

Часто они ставят палку (метр) рядом с собой или с товарищем и меряют рост. Пятилетняя девочка прикладывает к спине четырехлетнего мальчика самую длинную палку (метр), и ее не хватает до макушки головы, она берет палочку один (один дециметр), прикладывает к метру, ее оказывается много: половина дециметра подымается выше головы. Девочка считает отрезки (дециметра) на метре: «десять, говорит она, и еще маленький кусочек». — «Половина», решает наблюдающий за ее работой тоже пятилетний мальчик, «десять с половиной».

Приставляя ту же метровую палку к спине трехлетней девочки, она видит, что палка эта длинна для ее роста, она берет палку в девять дециметров, и она прикладывается к ребенку целиком. «Девять», — решает девочка.

Таким образом они меряют друг друга: «В тебе десять и еще два; значит, двенадцать, в тебе одиннадцать с половиной, в тебе девять с четвертью, в тебе тринадцать, в тебе десять с половиной», и т. д.

1918 г. Апрель. Женя — 4 г., Лева — 4 г., Юра — 6 л., Нуся — 5 л. Увлечены измерением роста друг друга дециметровыми палками. Меряют друг друга, считают дециметры, сравнивают: «Я — $11\frac{1}{2}$, ты — $12\frac{1}{2}$, Женя — 10, а Лева — только $9\frac{1}{2}$ ».

1920 г. Ноябрь. Мальчик (Алеша) 3 г. 8 м. измеряет дециметровыми палками стол в длину. Занят этим уже три дня: «Этот 9, а этот 10, этот 8 и еще кусочек», и т. д.

1920 г. Декабрь. Девочка 5 л. измеряет рост всех товарищей и записывает в тетрадке: Оля — 10, Алеша — $9\frac{1}{2}$, Паня — $11\frac{1}{2}$, Таня — 12, Юра — $12\frac{1}{2}$, и т. п.

Дециметровыми палками они начинают также измерять различные предметы обстановки: столы, доски, шкафы и проч. Маленькие прикладывают палки, например, к столу по его длине и просто считают отрезки; дети постарше — пяти с половиной,

шести лет, измеряют уже длину, ширину и высоту и записывают результаты в дециметрах в своих тетрадках.

Шестилетняя девочка долго увлекалась подобной работой: она перемерила почти всю мебель в комнате, записывая каждое измерение в своей тетрадке:

<i>Стол.</i>	<i>Белый стол.</i>	<i>Шкаф.</i>
Дл. — $10\frac{1}{2}$ дм.	Дл. — 15 дм.	Дл. — 7 дм.
Ш. — 5 дм.	Ш. — 7 дм.	Ш. — $3\frac{1}{2}$ дм.
В. — 6 дм.	В. — 6 дм.	В. — $12\frac{1}{2}$ дм.
<i>Шкаф.</i>	<i>Доска.</i>	<i>Доска.</i>
Дл. — $6\frac{1}{2}$ дм.	Дл. — $10\frac{1}{2}$ дм.	Дл. — $10\frac{1}{4}$ дм.
Ш. — $3\frac{1}{2}$ дм.	Ш. — 8 дм.	Ш. — $5\frac{1}{2}$ дм.
В. — 8 дм.		
<i>Скамейка.</i>	<i>Диван.</i>	<i>Белая полка.</i>
Дл. — $17\frac{1}{2}$ дм.	Дл. — 16 дм.	Дл. — $38\frac{1}{4}$ дм.
Ш. — 2 дм.	Ш. — $8\frac{1}{2}$ дм.	Ш. — $5\frac{1}{2}$ дм.
В. — $2\frac{1}{4}$ дм.	В. — 4 дм.	В. — $6\frac{1}{2}$ дм.
	<i>Пол.</i>	
	Дл. — 109 дм.	
	Ш. — $76\frac{1}{2}$ дм.	

Стол
Дл. = $10\frac{1}{2}$ дм.

Ш = 5 дм

В = 6 дм

Скамейка.

Дл = $17\frac{1}{2}$ дм

Ш = 2 дм

В = $2\frac{1}{4}$ дм

Отрывок из тетрадки девочки 6 л. 1922 г.

Этой работой она была занята в течение двух недель каждый день. Для измерения пола в комнате у нее не хватило палок,

так как все дециметровые палки, приложенные одна к другой, по длине составляют в общем — 55 дециметров. Дойдя до этой точки, девочка сделала в этом месте заметку мелом, записала на классной доске 55, сняла все палки и стала класть их одну за другой по длине, начиная от своей заметки; она насчитала еще 54 дециметра, прибавила их к записанным на доске 55 и получила 109 дециметров.

Так же поступила одна и с шириной пола ($76\frac{1}{2}$ дм).

Семилетний мальчик проделал ту же работу, но он не удовольствовался уже простым отсчитыванием дециметров, а переводил их на метры и сантиметры, как, например, измеряя доску, он не писал: дл. — $10\frac{1}{2}$ дм, а 1 метр 5 сантиметров дл. — $10\frac{1}{4}$ дм — 1 метр $2\frac{1}{2}$ см, дл. — 16 дм — 1 метр 60 см.; дл. — $38\frac{1}{4}$ дм — 3 метра $82\frac{1}{4}$ см; дл. — 109 дм — 10 метров 90 см; шир. — $76\frac{1}{2}$ дм — 7 метров $62\frac{1}{2}$ см.

До этого решения он дошел самостоятельно, после того как я дала ему сантиметровую линейку (3 дециметра, разделенные на сантиметры). Он измерил один дециметр, убедился в том, что в нем заключаются десять мелких частей, узнал от меня их названия и, проверивши все дециметровые палочки от одного дециметра до десяти, сказал мне: «Метр—это сто сантиметров».

Этот же мальчик занимался и более тонкими измерениями: он измерял геометрические фигуры, делил сантиметры на миллиметры, чертил геометрические фигуры, по своим собственным заданиям (длина, ширина, диагональ, диаметр, радиус и проч.), но об этой стороне упражнений будет изложено в «Геометрии».

Я дала детям, кроме сантиметровой линейки, сантиметровую ленту, какую употребляют портнихи; Монтессори дает им рулетку в десять метров, а также складной декаметр, которым меряют пол, складной металлический метр, употребляемый столярами, метр, употребляемый торговцами.

Кроме того, в хорошо поставленной школе Монтессори, где измеряют детей, и поэтому там есть антропометр, изобретенный Монтессори, старшие дети (от шести лет) научаются измерять рост младших товарищей, а также взвешивать их на весах.

Измерять сантиметровой лентой различные предметы доставляет детям большое удовольствие. При этих упражнениях они обыкновенно работают вдвоем, втроем: один держит конец ленты, другой протягивает, третий отсчитывает; умеющий писать записывает результаты. Слова «метр», «дециметр», «сантиметр» не являются для наших детей просто интересными словами, но связаны с конкретными представлениями, приобретенными ими не из урока учительницы, а из собственных многочисленных экспериментов. Когда им придется столкнуться с этими терминами в дальнейшем

своем образовании при изучении математики, физики, механики, черчения, они встретятся с ними, как со старыми знакомыми.

А для тех, которые по окончании элементарной школы должны будут учиться какому-нибудь ремеслу, такие навыки и знания принесут большую пользу в их профессиональном образовании.

В настоящее время мы должны ставить обучение маленьких детей так, чтобы они с наименьшей затратой сил приобретали наибольшее число навыков и знаний, необходимых для практической жизни. А это возможно в системе Монтессори. Без правильного интеллектуального развития невозможны никакие правильные практические навыки, и мы не смеем задерживать наших детей в этом развитии, держа их на игре и только на игре, «пронизывать урок игрой, игру — уроком», по выражению одного известного педагога-философа. Жизнь человеческая чрезвычайно коротка и отнимать семь-восемь, а иногда и больше лет от этой жизни, не давая в это время почти никакого умственного багажа, или довольно сомнительный багаж (из игры) — мы не имеем никакого права.

Монтессори в своей школе обставляет детей таким дидактическим материалом, при свободном пользовании которым, с легкостью и живым интересом эти дети к семи—восемью годам, более способные, опережают обычную школу на два года, менее способные на год, а дети, задержанные в своем развитии, в силу органических условий (слабости здоровья, нервности и проч.) оказываются наравне с нормальными детьми обычной школы, и не обязанные тянуться за товарищами, чтобы быть уравненными во что бы то ни стало, спокойно созревают внутренне до положенного им предела.

В хорошо поставленной школе Монтессори не пропадает ни одна человеческая возможность в ребенке.

В двенадцать лет, выйдя из элементарной школы Монтессори, ребенок обладает таким богатством, которое дает ему в его дальнейшей жизни большую экономию сил и возможность двигаться вперед без ненужного и скучного задерживания на приобретении навыков и знаний, которые он с легкостью и удовольствием приобрел в раннем детстве.

Один известный русский химик (Созонов), заинтересованный системой Монтессори, в 1920 году высказал как-то следующее очень интересное соображение: «Основной характер современной культуры заключается в отыскании различных источников энергии и в изыскании средств для наивыгоднейшего использования этой энергии, находящейся в распоряжении человека. Этот экономический принцип, принцип *интенсификации*, принесший неисчислимые выгоды в хозяйстве и технике, не мог не проникнуть

и в область педагогической работы. Многие новейшие педагогические методы носят на себе печать этого принципа. Сюда относятся все приемы, имеющие целью в замен прежнего пассивного повиновения—развить в детях *разумную активность*, связанную с умением управлять собой.—Духом этой новой педагогики проникнута и система Монтессори».

Успехи детей.

До 1923 года в нашей практике был только тот дидактический материал Монтессори по арифметике, который обычно находится в обращении в детских дошкольных учреждениях (Case dei Bambini) по ее системе: длинная лестница (дециметровые палки), счетные ящики, карточки с цифрами до 10 и мелкие предметы, таблицы с десятками.

В 1923 году я своими средствами прибавила: цепочки единиц и десятков из деревянных шариков, цепь ста, цепь тысячи, таблицу умножения и счеты с деревянными шариками.

Этот последний материал Монтессори разработала и ввела в свою школу еще в 1916 году, для детей от 6½ до 10—11 лет. Но оказалось, что и для детей 5½ лет он был вполне доступен.

«Этот привлекательный, так просто приготовляемый материал, имел необычайный успех у ребят пяти с половиной лет», пишет Монтессори. «Они работали с удивительной интенсивностью, исполняя даже до десяти арифметических действий подряд и заполняли вычислениями тетради в течение многих дней».

Все долгие годы, пока у меня не было этого (школьного) материала, мои дети оказывали меньшие успехи в счете, но только количественно, а не качественно. Я видела ясно, как некоторые шестилетние и семилетние дети, пробывшие у нас год, два и больше (в 1915, 1916, 1917 годах), уже не довольствовались обычными упражнениями с длинной лестницей, счетными ящиками, цифрами, а требовали чего-нибудь посложней. Некоторые из них сами измышляли для себя более сложные упражнения, для других приходилось придумывать задания. С 1918 по 1921 года, под влиянием тяжелых жизненных условий, этого стремления к более трудным упражнениям у них не замечалось. Они вполне довольствовались описанным (первым) материалом, и даже семилетки проделывали помногу раз, с неослабевающим интересом, одни и те же упражнения на дециметровых палках, на счетных ящиках, на цифрах с мелкими предметами.

Вот некоторые свидетельства успехов разных детей в разное время.

Дема Ш. 1914 г. — 4½ года.

Февраль. Считает до 10 отдельные предметы.

Март. Занимается со счетным ящиком; знает цифры от 0 до 9. Усвоил хорошо 0.

Апрель. Считает до 10 на дециметровых палках.

Май. Пишет цифры от 0 до 10.

1915 г. *Октябрь* — 5 лет. Считает до 20 на дециметровых палках.

Февраль. — 5½ лет. Делает сложение и вычитание до 10 на дециметровых палках. Пишет примеры в тетрадке на сложение и вычитание (до 10).

1916 г. *Ноябрь* — 6 лет. Делает сложение и вычитание до 20. Умеет умножать и делить на 2 числа до 20.

Оля Р. — 1914 г. *Январь* — 5 лет.

Упражняется в счете на длинной лестнице. Хорошо считает до 10 по одному и парами на счетных ящиках и мелких предметах.

Февраль. Пишет цифры.

1915 г. *Январь*. — 6 лет.

Перешла через десяток, пишет числа до 15. Повторяет упражнения со счетными ящиками; пишет примеры в тетрадке на сложение и вычитание до 10. Умеет умножать и делить на 2 в пределах первого десятка.

Сима Р. — 1917 г. — 7 лет (в детском саду с пяти лет).

Апрель. Считает до 20 (все комбинации по карточкам) отвлеchenно, не прибегая к помощи кубиков. Пишет цифры очень хорошо. Пишет числа последовательно в порядке до 200. Умеет делать сложение и вычитание до 20. Умножение и деление на 2.

Тася К. 1914 г. — 4 г. 6 м.

Октябрь. Считает до 10 очень хорошо на дециметровых палках. Очень часто упражняется со счетными ящиками.

Март. — 4 г. 11 м.

Часто упражняется с дециметровыми палками. Складывает, вычитает, умножает на 2, на 3, на 4, на 5 числа до 10, делит на 2 и на 3 числа до 10 в совершенстве.

Раскладывает мелкие предметы парами, тройками, четверками и проч. Говорит: 2 пары с половиной, а не 2 пары и еще один, одна тройка и одна треть (4 кубика), а не одна тройка и еще один, одна четверка и одна четверть, а не одна четверка и еще один. Сама догадалась.

1915 г. — *Март.* — 5 лет 11 м.

Часто упражняется с разменным ящиком. Меняет крупные монеты на мелкие с большой легкостью.

Май. — 6 лет 1 м. Пишет числа до 100. Делает сложение и вычитание в пределах 100. Умножает числа на 2 и на 3

в пределах 100. Делит на 2 круглые десятки в пределах 100. Очень любит письменные арифметические упражнения; заполняет примерами (выдумывает сама) страницы тетради.

Зоя А. — 1918 г. — 5½ лет. (Поступила 4 лет 9 м.)

Ноябрь. Считает до 10 на дециметровых палках. Знает цифры (счетные ящики).

Март. — 6 лет. Делает сложение и вычитание до 20 на дециметровых палках и на кубиках. Умножает на 2 и на 3. Делит на 2. Часто упражняется с таблицами десятков; умеет писать числа до 100.

Шура С. — 5 лет. *Декабрь 1918 г.* (поступила в ноябре). Очень слабая физически. Совсем не умеет считать (17 декабря). Обнаружилось за игрой в краски; считает детей так: 11, 15, 16... На кубиках не умеет считать даже до 3-х.

19 декабря. Научилась считать на кубиках до 3-х.

20 декабря. Научилась считать на кубиках до 5.

30 декабря. Считает до 6 (на кубиках).

17 января 1919 г. — 5 лет 1 м.

Считает хорошо до 10 (на кубиках).

Упражняется с дециметровыми палками: складывает длинную лестницу и считает отрезки до 10 без ошибки.

27 января. Упражняется со счетными ящиками. Считает вперед и обратно, знает цифры до 9; считает вразбивку.

Апрель. — 5 лет 4 м. (Болела два месяца коклюшем.) Увлечена письмом цифр: пишет цифры до 9, исписывает целые страницы тетрадки.

Май — 3. Перешла через десяток (таблицы десятков). Терпеливо и сосредоточенно составляет числа из кубиков (11, 12, 13 и т. д.).

Май — 10. Все еще занята таблицами десятков и составлением чисел.

Май — 15. Пишет числа до 20.

Декабрь. — 6 лет.

Делает сложение и вычитание чисел до 20.

Умножает на 2 и делит на 2 до 10.

Умеет писать числа до 100.

Очень часто упражняется со счетными ящиками.

Маня К. — 7 лет. *Май 1919 г.* (поступила в сентябре 1918 г., след., 6 лет 4 м., латышка, — беженка, плохо говорит по-русски).

Считает последовательно до 100.

Умеет писать числа до 100. Складывает и отнимает однозначные числа до 10.

Валя Р. — 1918 г. — 6 лет. *Ноябрь* (поступила в сентябре).

Считает до 10. Работает с дециметровыми палками. Много упражняется со счетными ящиками. Цифр не знает: путает 6 и 9.

Январь. — 1919 г. 6 лет 2 м.

Пишет цифры. Делает сложение на дециметровых палках.

Март. Пишет цифры. Сложение и вычитание до 10 на кубиках.

Апрель. — 6 $\frac{1}{2}$ лет.

Считает до 20 (дециметровые палки): сложение и вычитание. Раскладывает кубики парами, тройками, четверками и проч. Записывает результаты.

Пишет задачи (числовые примеры) в тетрадке и на классной доске.

Тата В. — 1918 г. 6 лет. Ноябрь (поступила в ноябре). Умеет считать до 20.

Май — 25 1919 г. — 6 $\frac{1}{2}$ лет.

Считает последовательно до 100. Пишет числа до 100 четко и красиво. Складывает числа до 20 отвлеченно, отнимает до 10, умножает на 2 до 20, делит на 2 до 10.

Те же самые успехи приблизительно между шестью и семью годами оказывали дети и в следующих годах (1920, 1921, 1922 г.). Были, конечно, различные колебания: одни оказывались сильнее, как, например, Тася К., другие слабее, как Шура С. и Маня К.; одни занимались счетом с большим увлечением и постоянством, другие выказывали к нему мало интереса вначале и заинтересовались им постепенно, третьи почти не интересовались.

В 1923 и 1924 годах, когда я ввела описанный выше школьный материал, интерес детей (старших) к счету значительно повысился, и успехи выиграли. За эти годы, особенно за последний 1924 год, у нас не было почти ни одного ребенка, начиная от пяти лет, который не интересовался бы цепями «ста» и «тысячи» и таблицей умножения. Даже и многие четырехлетки тянулись к этим предметам: держать в руках и перебирать пальцами красивые блестящие бусы представляло для них большой соблазн.

Также значительно повысился интерес к упражнению с таблицами десятков, как я уже говорила об этом выше, с тех пор, как я заменила отдельные мелкие предметы (кубики) связанными шариками в цепи единиц и десятков.

Но и тут, конечно, ясно проявлялись различные индивидуальности.

Например, двое однолеток (1924 г.): мальчик и девочка — оба четырех с половиной лет.

Мальчик скоро после того, как пришел в детский сад, считал только до 3-х, дальше у него было 8, 5, 9 и проч. Девочка считала до 10.

Мальчик часто упражнялся с дециметровыми палками с большим интересом и охотой. Через месяц научился считать до 10.

Девочка много упражнялась со счетными ящиками. Через месяц знала все цифры, считала в разбивку до 9, считала парами.

Мальчик пока дальше не двигается, считает до 10-ти на дециметровых палках (подряд); упражняется со счетными ящиками, но цифр пока не знает.

Девочка начинает интересоваться таблицей умножения (раскладывает бусы и считает) и цепью ста; научилась считать до 20 (без помощи), с помощью считает до 100.

Мальчик — 4 л. 10 м. считает до 10 вразбивку и обратно (дециметровые палки), работает со счетными ящиками, знает цифры, считает парами. Перешел через десяток, составляет из цепочек десятков и единиц числа до 20. Умеет писать цифры. Делает примеры на сложение и вычитание с карточками и мелкими предметами до 10. Интересуется цепью «ста», считает с помощью руководительницы или старших детей до ста.

Мальчик 4 л. 8 м., в декабре (1923 г.) хорошо считает до 10 в разных комбинациях, перешел через десяток (долгое время упражнялся с картами и цепочками десятков и единиц), заинтересовался цепью ста и тысячи, и в течение двух месяцев считал и пересчитывал их каждый день.

В настоящее время (апрель 1924 г. — 5 л.) мальчик считает до 1000, научился писать цифры, делает числовые примеры на сложение до 20 и записывает результаты на дощечке; работает с маленькими счетами (до тысячи), умеет составлять трехзначные числа, умеет их записывать. Больше всего интересуется; занимается счетом каждый день.

Девочка пяти лет (5 л. 3 м.) — поступила к нам в сентябре (4 г. 9 м.), очень часто упражнялась со счетными ящиками, с цифрами и мелкими предметами. Очень скоро заинтересовалась цепочками десятков и единиц, цепью ста и цепью тысячи. Быстро перешла к отвлеченному счету: стала сама придумывать числовые примеры и решать, несколько не останавливаясь перед большими числами. Сегодня (7 мая), например, она принесла ко мне свою тетрадку: страница была заполнена примерами: $10 + 10 = 20$, $10 + 12 = 22$, $23 + 24 = 47$, $20 + 20 = 40$ и т. д. На следующей странице у нее появилось $40 + 40 = 80$, $80 + 80 = 160$ (160 она написала так 10060; я указала ей, как надо написать правильно), и дальше у нее появилось $70 + 70 = 140$, $60 + 60 = 120$ и т. д. При чем она считала отвлеченно без помощи какого бы то ни было вспомогательного материала. Чтобы ее проверить, моя ассистентка спросила ее: «Сколько будет $70 + 70$ »; девочка ответила 150, но вдруг быстро спохватилась: «Нет, нет», секунду подумала и сказала: 140.

Я следила незаметно за ее работой и видела, как она написала $90 + 90$, подумала секунду и написала $= 180$. «Знаю», сказала она мне, « $9 + 9 = 18$, а $90 + 90 = 180$, только ноль надо прибавить». До всех этих выводов она доходит самостоятельно, каждому своему выводу она искренно и шумно радуется, и ее нужно оставить совершенно свободной в этих ее спонтанных проявлениях и не вмешиваться в ее умственную работу.

Девочка 6 л. 11 мес. (в детском саду с трех с половиною лет), считает до тысячи (часто упражнялась с цепью тысячи), умеет составлять трехзначные числа на счетах и записывать их; (записывала числа на разлинованных табличках, прилагаемых к маленьким счетам (до тысячи), упражнялась с таблицей умножения, вписывая результаты в таблички. Знает наизусть таблицу умножения на 2 и на 3. Делает сложение и вычитание двухзначных чисел. Считает обратно от 100 с легкостью, считает через один, через два. Имеет представление о части целого, как дроби ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ и проч.

Девочка 7 л. (в детском саду с $4\frac{1}{2}$ лет) считает до тысячи (упражнялась с цепью тысячи), умеет составлять на счетах четырехзначные числа; пишет под диктовку четырехзначные числа; имеет полное представление о значении нулей в числах; часто упражняется с листками для нумерации. Упражняется с таблицей умножения, записывая результаты умножений на листках. Знает наизусть таблицу умножения на 2, на 3 и на 4. Делает сложение трехзначных чисел и вычитание двухзначных. Считает обратно от 100 с легкостью.

Мальчик 7 л. 2 м.—считает до 100 без ошибки; до тысячи, всякий раз задерживаясь на новой сотне.

Делает числовые примеры до 20 на сложение и вычитание со скобками. Отвлеченно считает с трудом; сам примеров никогда не придумывает. С таблицей умножения упражнялся несколько раз, но дальше 2-х не идет, наизусть таблицы не знает. Считает обратно от 20, считает до 20 через один. Любит писать числа до 100 на доске и тетрадке. Счетом занимается очень охотно.

Мальчик $8\frac{1}{2}$ л. считает до 100; делает сложение до 20 и вычитание до 10 при помощи кубиков. Обратно считает только от 5 без труда.

Мальчик 5 л. 10 м. считает до 1000, сам придумывает числовые примеры на сложение и вычитание, на какие угодно числа до 100; считает отвлеченно хорошо, прибегает к помощи проверочного материала (кубикам и цепочкам десятков и единиц) только в затруднительных случаях. Работает с таблицей умножения. Пишет табличку умножения на 2 наизусть; умеет делить двухзначные числа на 2 и на 3. Увлекался измерениями.

Мальчик 6 л. 7 м. (1923 г.) считал до 1000 и дальше; справлялся с нумерацией до миллиона. Делал сложение трехзначных чисел, вычитание двухзначных; придумывал числовые примеры с большими числами.

Знал таблицу умножения на 2, на 3, на 4 наизусть. Писал таблицу в тетрадке всю. Измерял сантиметровой линейкой геометрические фигуры и записывал результаты.

Девочка 7 л. (1923 г.) считала до 1000; работала со счетами (нумерация до тысячи); делала сложение и умножение двухзначных чисел, работала с таблицей умножения: знала таблицу умножения наизусть на 2. Придумывала числовые примеры на сложение, вычитание и умножение однозначных чисел.

Мальчик 8 л. (1923 г.) считал до 1000 и дальше; работал со счетами (нумерация до миллиона); знал всю таблицу умножения; делал сложение и вычитание многозначных чисел; умножение на однозначные, деление двухзначного и трехзначного на однозначное и двухзначное числа. Придумывал числовые примеры на однозначные, двухзначные и многозначные числа; любил придумывать примеры со скобками.

Делал измерения площадей геометрических фигур при помощи сантиметровой линейки.

Образцы числовых примеров (задач), придуманных самими детьми.

Девочка — 5 л. (1924 г.)

$$\begin{array}{l} 3 + 3 = 6 \\ 6 + 3 = 9 \\ 7 + 2 = 9 \\ 4 + 3 = 7 \\ 6 + 2 = 8 \\ 2 + 6 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 - 2 = 2 \\ 3 - 3 = 0 \\ 8 - 7 = 1 \\ 7 - 4 = 3 \\ 2 - 2 = 0 \\ 2 - 1 = 1 \end{array}$$

Девочка — 5 л. (1924 г.)

$$\begin{array}{l} 2 + 4 = 6 \\ 3 + 3 = 6 \\ 7 + 2 = 9 \\ 4 + 5 = 9 \\ 7 + 1 = 8 \\ 4 + 4 = 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 - 2 = 2 \\ 3 - 3 = 0 \\ 2 - 2 = 0 \\ 4 - 4 = 0 \\ 5 - 5 = 0 \\ 6 - 6 = 0 \dots \end{array}$$

Девочка — 5 л. (1924 г.)

$$\begin{array}{l} 2 + 2 = 4 \\ 3 + 3 = 6 \\ 6 + 2 = 8 \\ 5 + 3 = 8 \\ 10 + 10 = 20 \\ 8 + 9 = 17 \\ 6 + 6 = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10 + 9 = 19 \\ 10 + 10 = 20 \\ 10 + 11 = 21 \\ 13 + 13 = 26 \\ 17 + 12 = 29 \\ 15 + 14 = 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10 + 10 = 20 \\ 20 + 20 = 40 \\ 40 + 40 = 80 \\ 80 + 80 = 160 \\ 70 + 70 = 140 \\ 60 + 60 = 120 \end{array}$$

Девочка — 6 л. (1924 г.)

Мальчик — 5 л. (1923 г.)

$5 + 3 = 8$	$11 - 5 = 6$	$10 + 5 = 15$	$10 - 1 = 9$
$3 + 3 = 6$	$14 - 6 = 8$	$20 + 5 = 25$	$10 - 9 = 1$
$6 + 3 = 9$	$17 - 7 = 10$	$10 + 6 = 16$	$10 - 2 = 8$
$5 + 4 = 9$	$14 - 7 = 7$	$20 + 6 = 26$	$10 - 8 = 2$
$8 + 1 = 9$	$15 - 7 = 8$	$10 + 3 = 13$	$10 - 7 = 3$
$7 + 2 = 9$	$19 - 2 = 17$	$20 + 3 = 23$	$10 - 3 = 7$ и т. д.

Девочка — (6 л. 6 м. 1922 г.)

$18 - 1 = 17$	$10 - 9 = 1$
$17 - 9 = 8$	$10 - 8 = 2$
$13 - 4 = 9$	$10 - 7 = 3$
$13 - 8 = 5$	$10 - 6 = 4$
$14 - 7 = 7$	$10 - 5 = 5$
$19 - 9 = 10$	$10 - 4 = 6$ и т. д.

Та же девочка через 2 месяца (6 л. 9 м. 1922 г.)

$12 + 9 = 21$	$20 + 9 = 29$
$15 + 6 = 21$	$20 + 8 = 28$
$12 - 9 = 3$	$20 + 7 = 27$
$15 - 6 = 9$	$20 + 6 = 26$
$14 + 5 = 19$	$20 + 5 = 25$
$14 - 5 = 9$ и т. д.	$20 + 4 = 24$ и т. д.

Та же девочка еще через 3 месяца (7 л. 1923 г.)

$10 + 5 + 5 + 2 = 22$
$10 + 5 + 5 + 4 = 24$
$10 + 10 + 9 = 29$
$10 + 10 + 5 + 5 = 30$
$10 + 10 + 5 + 5 + 4 = 34$
$10 + 5 + 5 + 5 + 3 + 2 + 7 = 37$
$10 + 8 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 38$
$10 + 6 + 7 + 2 + 9 + 1 + 1 + 1 + 1 = 38$
$10 + 9 + 1 + 10 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 43$
$11 + 9 + 8 + 2 + 3 + 5 + 6 + 1 = 45$
$12 + 9 + 8 + 6 + 3 + 2 + 1 = 41$
$13 + 6 + 5 + 6 + 5 + 2 + 8 + 2 = 47.$

Та же девочка еще через 3 месяца (7 л. 3 м. 1923 г.)

(После многих упражнений со счетами.)

$\begin{array}{r} + 23 \\ + 36 \\ \hline 59 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 34 \\ + 42 \\ \hline 76 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 36 \\ + 45 \\ \hline 81 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 48 \\ + 52 \\ \hline 100 \end{array}$
$\begin{array}{r} + 94 \\ + 99 \\ \hline 193 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 129 \\ + 132 \\ \hline 261 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 277 \\ + 122 \\ \hline 399 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 237 \\ + 445 \\ \hline 682 \end{array}$
$\begin{array}{r} 25 \\ - 13 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} 48 \\ - 32 \\ \hline 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 97 \\ - 82 \\ \hline 15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 135 \\ - 28 \\ \hline 107 \end{array}$
		$\begin{array}{r} 229 \\ - 131 \\ \hline 98 \end{array}$	$\begin{array}{r} 248 \\ - 154 \\ \hline 94 \end{array}$

и т. п.

Мальчик — 5 л. 10 м. (1923 г.)

$10 + 11 = 21$	$17 - 9 = 8$	$(4 + 2 + 2) - 5 = 13$
$10 + 13 = 23$	$19 - 2 = 17$	$(6 + 2 + 2) - 4 = 6$
$10 + 15 = 25$	$15 - 7 = 8$	$(3 + 5 + 1) - 2 = 7$
$13 + 14 = 27$	$19 - 9 = 10$	$(7 + 1 + 2) - 5 = 5$
$15 + 12 = 27$	$17 - 2 = 15$	

Стол.

дл. — 107 см	$9 + 10 = 19$	$9 + 13 = 22$
ш. — 51 »	$9 + 11 = 20$	$9 + 14 = 23$
в. — 59 »	$9 + 12 = 21$	$9 + 15 = 24$ и т. д.

Тот же мальчик через месяц (1924 г.).

$14 + 18 = 32$	$9 + 3 + 7 = 19$	$18 - 14 = 4$
$11 + 12 = 23$	$10 + 11 + 3 = 24$	$19 - 13 = 6$
$19 + 10 = 29$	$6 + 4 + 5 = 15$	$14 - 12 = 2$ и т. п.

Тот же мальчик еще через месяц (1924 г.) (6 лет).

(После упражнений с цепями «сто» и «тысяча»).

$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100.$	
$50 + 50 = 100$	$70 + 30 = 100$
$60 + 40 = 100$	$80 + 20 = 100$
$5 + 5 = 10$	$500 + 500 = 1000$
$5 - 5 = 0$	
$50 + 50 = 100$	
$50 - 50 = 0.$	

Мальчик 6 лет 9 м. 1222 г.

$$\begin{array}{ll}
 (6-2)+3=7 & (8-2)-2=4 \\
 (8-4)+2=6 & (7-5)-1=1 \\
 (9-7)+5=7 & (8-5)-3=0 \\
 (10-2)+1=9 & (9-1)-6=2 \\
 (10-9)+9=10 & (5-3)-2=0 \\
 (10-1)+1=10 & (4-1)-3=0
 \end{array}$$

Тот же мальчик через 2 месяца (1922 г.) 7 лет.

(После упражнений с цепями «сто» и «тысяча» и таблицей умножения).

$$\begin{array}{ll}
 100 \times 1 = 100 & 100 \times 10 = 1000 \\
 100 \times 2 = 200 & 1000 \times 1 = 1000 \\
 100 \times 3 = 300 \text{ и т. д.} & 1000 \times 2 = 2000 \text{ и т. д.} \\
 1000 \times 10 = 10000 & 10000 \times 10 = 100000 \\
 10000 \times 2 = 20000 & 100000 \times 2 = 200000 \\
 10000 \times 3 = 30000 \text{ и т. д.} & 100000 \times 3 = 300000 \text{ и т. д.} \\
 100.000 \times 10 = 1.000.000 & \\
 1.000.000 \times 2 = 2.000.000 & \\
 1.000.000 \times 3 = 3.000.000 \text{ и т. д.} & \\
 1.000.000 \times 10 = 10.000.000 & \\
 10.000.000 \times 2 = 20.000.000 \text{ и т. д.} &
 \end{array}$$

Таким образом он дошел до числа:

$$1.000.000.000 \times 10 = 10.000.000.000.$$

Тот же мальчик еще через 3 месяца (1923 г.) (7 лет 3 м.).

(После упражнений со счетами в нумерации.)

$$\begin{array}{r}
 + 425617 \\
 + 213852 \\
 \hline
 639469. \\
 725.312.905 \\
 124.625.430 \\
 + 200.070.205 \\
 191.600.250 \\
 372.190.056 \\
 \hline
 1.613.798.846.
 \end{array}$$

Он наполнял страницы своей тетрадки сложением огромных чисел.

Мальчик 7 лет 8 м. (1922 г.).

$$15 + (12 : 2) - 3 = 18$$

$(50 : 5) + 7 + (18 - 7) = 28$ (при этом он сказал мне, показывая свою тетрадку: «здесь прибавить 7 и отнять 7, значит не надо его считать совсем»).

$$50 - 18 + (18 : 6) - (7 \times 3) = 14$$

$$(3 \times 4) + (10 : 2) - 3 = 14$$

$$556 + (250 - 120) = 686.$$

Тот же мальчик через 2 месяца (1923 г.) (7 лет 10 м.).

(После упражнений на счетах в нумерации.)

$$134 = 100 + 30 + 4$$

$$234 = 200 + 30 + 4$$

$$385 = 300 + 80 + 5$$

$$433 = 400 + 30 + 3$$

$$564 = 500 + 60 + 4$$

$$678 = 600 + 70 + 8$$

$$699 = 600 + 90 + 9$$

$$105 = 100 + 5$$

$$1005 = 1000 + 5$$

$$1007 = 1000 + 7$$

$$1055 = 1000 + 50 + 5$$

$$1505 = 1000 + 500 + 5$$

$$2308 = 2000 + 300 + 8$$

$$3450 = 3000 + 400 + 50.$$

Работая со счетами, он так же, как и первый мальчик, наполнял страницы своей тетрадки сложениями и вычитаниями больших чисел.



ОГЛАВЛЕНИЕ.

	стр.
Счет монет	5
Дециметровые палки	10
Счетные ящики	19
Карточки с цифрами	25
Переход через десяток	28
Цепь ста	42
Цепь тысячи.	43
Счеты для усвоения десятичных отношений	48
Таблица умножения.	62
Упражнения с числами	68
Квадрат и куб чисел	78
Деление	85
Сложение и вычитание многозначных чисел	91
Умножение	95
Дроби	104
Измерения	105
Успехи детей	109
Образцы числовых примеров	115
